

УДК 378.147:371.134:371.124

**Семеніхіна Олена Володимирівна**

доктор педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри інформатики  
Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка, м. Суми, Україна  
*e.semenikhina@fizmatsspu.sumy.ua*  
ORCID: 0000-0002-3896-8151

**Прошкін Володимир Вадимович**

доктор педагогічних наук, доцент,  
професор кафедри інформаційних технологій і математичних дисциплін  
Київський університет імені Бориса Грінченка, м. Київ, Україна  
*v.proshkin@kubg.edu.ua*  
ORCID: 0000-0002-9785-0612

## **ЗАСТОСУВАННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ МАТЕМАТИЧНИХ ІНСТРУМЕНТІВ У ПРОЦЕСІ ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ**

**Анотація.** У статті розглянуто проблему підвищення якості підготовки майбутнього вчителя математики засобами інформаційних технологій. Виділено два класи програмних засобів математичного спрямування: 1) системи комп'ютерної математики, в яких використовуються традиційні позначення та способи написання формул (Maple, MatLab, Maxima тощо), ці системи особливо ефективні при розв'язуванні різних прикладних проблем, зокрема задач математичного моделювання в науці, освіті, техніці; 2) програми динамічної математики, у яких передбачено можливість динамічних змін вихідної математичної конструкції, вивчення набору її числових характеристик чи їх відношень у динаміці (GeoGebra, Математический конструктор, Живая математика і подібні до них). Установлено, що під програмами динамічної математики варто розуміти засоби комп'ютерної візуалізації математичних знань, які передбачають динамічне оперування різними математичними об'єктами та можливість оперативного одержання відомостей про їх властивості. Уточнено термін «комп'ютерний математичний інструмент» як віртуальний механізм (алгоритм) комп'ютерної програми (сама програма), що використовується для розроблення, вивчення математичних об'єктів та їх складників через числові й геометричні характеристики зазначених об'єктів. Виділено методичні особливості використання комп'ютерних математичних інструментів: наявність динамічних змін рисунка і спостереження за траєкторіями окремих точок надає напрямки для організації експериментальної та творчої діяльності всіх учасників навчального процесу; можливість попереднього встановлення використовуваних інструментів або розширення набору інструментів, що спрощує процес побудови або обмеження інструментарію; комп'ютер звільняє вчителя від виснажливої перевірки побудов тощо. Подано результати експерименту, пов'язаного із вивченням впливу програм динамічної математики на рівень навчальних досягнень учнів. Доведено позитивний вплив використання програм динамічної математики та відповідного математичного інструментарію на рівень математичної підготовки школярів. Указано на необхідності підготовки майбутнього вчителя математики до використання зазначеного інструментарію у процесі професійної діяльності. Конкретизовано вимоги стандарту педагогічної освіти, потреби навчання шкільної математики основної школи та поширення комп'ютерні інструменти у межах підготовки сучасного вчителя математики.

**Ключові слова:** комп'ютерні математичні інструментарії; інформаційні технології; професійна підготовка; майбутній учитель; математика

**Постановка й обґрунтування актуальності проблеми.** Питання професійної підготовки майбутніх учителів математики є одним із ключових у сучасній педагогічній теорії та практиці та має давню педагогічну традицію. Дослідниками напрацьовано достатньо великий фонд наукових знань, що розкриває різні напрямки університетської математичної освіти, зокрема, педагогічної. Це обумовлено, з одного боку, посиленням вимог до сучасного вчителя-математика, а з іншого – стрімким розвитком інформаційних

технологій, адже ІКТ впливає на технології професійної підготовки майбутніх учителів. Професіоналізм сучасного вчителя математики – це не лише його компетентності в різних областях математичних знань, його висока кваліфікація, що є запорукою успішної роботи. Від учителя математики вимагають не тільки використання традиційних форм і методів навчання, а ще й інноваційних, зокрема, пов'язаних з ІКТ.

**Аналіз наукових досліджень.** Загальні теоретико-методологічні питання підготовки майбутніх учителів математики представлені в роботах знаних науковців (М. Бурда, М. Працьовитий, М. Жалдак, М. Шкіль, Г. Бевз, В. Бевз, З. Слєпкань, В. Моторіна, Н. Глузман, П. Ерднієв, Є. Нелін, Ю. Колягін, А. Столяр та ін.). Останнім часом реалізовано докторські дослідження, в яких вирішено проблеми формування евристичної діяльності студентів-математиків (О. Скафа) і професійної культури вчителя математики (Г. Михалін), розкрито дидактичні та методичні засади професійної підготовки майбутніх учителів математики (В. Моторіна, М. Ковтонюк, О. Матяш), у тому числі з використанням інформаційних технологій (О. Співаковський, С. Раков, М. Колгатін, Ю. Рамський).

Проблеми розвитку інформатизації освіти досліджено в роботах Н. Морзе, В. Бикова, А. Гуржія, О. Глазунової, М. Жалдака, Т. Коваль, О. Колгатіна, О. Кузьминської, Л. Панченко, С. Семерікова, О. Співаковського, О. Спіріна, Ю. Триуса та ін. Реалізовано низку дисертаційних досліджень, в яких здійснено застосування ІКТ у математичній підготовці фахівців: хмарний сервіс SageMathCloud як засіб формування професійних компетентностей вчителя математики (М. Попель), мобільні ІКТ навчання вищої математики студентів ВТНЗ (Н. Рашевська), розвиток системи Maple у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків (Я. Крупський), використання систем комп'ютерної математики у процесі навчання лінійного програмування майбутніх менеджерів-адміністраторів (О. Тютюнник), розвиток мобільного навчального середовища з вищої математики у підготовці інженерів-електромеханіків (М. Кислова) та ін.

**Виокремлення аспектів проблеми, які ще недостатньо вивчені.** У названих роботах закладено найважливіші засади розвитку сучасної математичної освіти на рівні основних педагогічних категорій: концепцій, ідей, технологій, підходів. Разом із тим, проведений нами аналіз наукової літератури дозволив установити, що недостатньо дослідженим залишається питання обґрунтування, розроблення та експериментальної перевірки теоретико-методичних засад підготовки майбутніх учителів математики до використання засобів комп'ютерної візуалізації математичних знань. Ця проблема виходить із того, що підходи в навчанні математики, які базуються на зоровому сприйнятті навчального матеріалу, дозволяють максимально залучити потенціал візуального мислення, а в умовах активного використання комп'ютерних засобів підтримки освітнього процесу його реалізація може набути нової якості через використання спеціалізованих засобів. Відтак розвиток останніх та їх постійне оновлення стають значущою передумовою для висунення якісно нових вимог до професійної підготовки майбутніх учителів математики.

**Формулювання мети статті.** Метою статті є аналіз застосування комп'ютерних математичних інструментів у процесі професійної підготовки майбутніх учителів за трьома напрямками: 1) уточнення наявних спеціалізованих середовищ у галузі математики та їх інструментарію; 2) визначення проблемних питань підготовки майбутнього вчителя математики щодо використання наявного комп'ютерного інструментарію; 3) уточнення вимог стандарту освіти в галузі математики стосовно застосування комп'ютерних математичних інструментів у професійній діяльності учителя.

Серед використаних наукових методів були застосовані:

- аналіз і систематизація науково-методичних праць вітчизняних і зарубіжних дослідників, нормативно-правових документів, методичних матеріалів, на основі яких визначено тезаурус дефініції «комп'ютерний математичний інструментарій», сутнісні характеристики сучасних педагогічних програмних засобів, перелік вимог до підготовки вчителя використовувати інформаційні технології у професійній діяльності;
- ретроспективний та еволюційний аналіз програмних засобів математичного спрямування для уточнення класів тих програм, опанування яких є необхідним у професійній підготовці вчителя математики;
- порівняльний аналіз наукових підходів і теорій, який проведено для зіставлення та узагальнення різних поглядів на впровадження програм динамічної математики у професійну діяльність учителя математики;
- статистичний аналіз (критерій знаків) для визначення змін у якості математичної підготовки учнів.

Роботу виконано в межах наукових тем: «Теоретичні та практичні аспекти використання математичних методів та інформаційних технологій в освіті та науці» (реєстраційний номер 0116U004625) кафедри інформаційних технологій і математичних дисциплін Київського університету імені Бориса Грінченка та «Використання інформаційних технологій в освіті» (реєстраційний номер № 0111U005734) кафедри інформатики Сумського державного педагогічного університету імені А.С.Макаренка.

**Виклад основного матеріалу з обґрунтуванням отриманих результатів.** У попередній нашій роботі [1] зазначено, що в системі української математичної освіти фігурують терміни, які характеризують її інформатизацію. Серед них: програмні засоби математичного спрямування, під якими розуміють засоби, функціонал яких орієнтований на розв'язування певних класів математичних задач, та педагогічні програмні засоби, під якими розуміють різновид електронних освітніх ресурсів, який вимагає обов'язкового залучення певного виду комп'ютерної техніки (комп'ютера, смартфона, планшета тощо), використовується з певною педагогічною метою і слугує підтримкою освітнього процесу.

Однією з важливих характеристик педагогічного програмного засобу вважаємо інтерактивність, тобто безпосередній відгук системи на дії користувача. З огляду на це окремі програмні засоби математичного спрямування, які дозволяють організувати інтерактивний процес дослідження або інтерактивну візуалізацію аналітичних чи геометричних властивостей певного математичного об'єкта або конструкції, можна вважати педагогічними, тобто такими, які варто використовувати у математичній підготовці.

Огляд наукової педагогічної та методичної літератури у галузі навчання математики свідчить про те, що загалом досліджується два класи програмних засобів математичного спрямування, хоча водночас розробниками програмного забезпечення пропонується широкий вузько орієнтованих програм (графопобудовники, системи математичної статистики тощо) [2]. Перший клас включає системи комп'ютерної математики, в яких використовуються традиційні позначення та способи написання формул (Maple, MatLab, Maxima тощо). Ці системи особливо ефективні при розв'язуванні різноманітних прикладних задач, насамперед задач математичного моделювання в науці й техніці [3; 4; 5].

До другого класу відносять програми динамічної математики (далі – ПДМ), у яких передбачено не лише можливість креслення точних рисунків, побудови різноманітних графіків, відшукування коренів рівнянь, нерівностей та їх систем тощо, що без середовища є ускладненим, а й можливість динамічних змін вихідної математичної конструкції, вивчення набору її числових характеристик чи їх відношень у динаміці (*GeoGebra, Mathkit* або *Математический конструктор, DG, Gran, Cabri, Живая математика* і подібні до них) [6; 7; 8].

Іншими словами, під програмами динамічної математики варто розуміти засоби комп'ютерної візуалізації математичних знань, які передбачають динамічне оперування різними математичними об'єктами й можливість оперативного одержання відомостей про їх властивості.

Зважаючи на те, що якісна математична освіта формується під впливом гарного вчителя, вважаємо, що його професійна підготовка має обов'язково передбачати формування готовності використовувати ПДМ у професійній діяльності.

Інтерфейси згаданих програм динамічної математики та принципи роботи в них дуже подібні: за допомогою миші та панелі інструментів можна представляти математичні об'єкти, наприклад, функції та графіки, робити обчислення, створювати певні геометричні об'єкти (точки, прямі, відрізки, кола, а також їхні конструкції), здійснювати динамічні зміни, фіксувати певні властивості, обчислювати значення довжин, кутів, площ тощо. Варто зазначити, що аналіз наявного науково-методичного фонду виявив певну термінологічну обмеженість стосовно позначення дій програмного засобу (наявні терміни «послуга», «інструмент», «команда», «засіб»). Кореляція цих понять у роботах науковців відсутня, тому у контексті нашого дослідження визначимо сутність комп'ютерного математичного інструменту.

Слово «інструмент» означає предмет, пристрій, механізм або алгоритм, який використовується для впливу на об'єкт: його зміни або виміри [9] з метою досягнення корисного ефекту. В основі конструкції й правил застосування знаходиться розуміння законів матеріального світу, покладених до технології виробництва.

*Комп'ютерний інструмент розглядаємо як певний віртуальний алгоритм (механізм), що може бути окремим або в середовищі комп'ютерної програми. Його можна застосовувати для впливу на об'єкт задля отримання необхідного результату.*

Математичні інструменти – це інструменти, що використовуються для аналізу, вивчення різних предметів (явищ), досліджуючи їхні числові або геометричні характеристики. Зазвичай їх застосовують у процесі обчислень, вимірювань або побудов різних геометричних фігур.

Подані дефініції дозволяють уточнити термін «комп'ютерний математичний інструмент» як *віртуальний алгоритм (механізм) комп'ютерної програми (сама програма), що застосовується з метою розроблення та дослідження математичних об'єктів (їхніх складників) через різні числові та геометричні характеристики наявних об'єктів.*

Ураховуючи наведене означення, нами проаналізовано низку комп'ютерних математичних програм з метою виявлення в них комп'ютерних математичних інструментів. Ми маємо глибоке переконання, що ці програми є комп'ютерним математичним інструментарієм, а також виконують функції певного середовища, де знаходиться підмножина різних комп'ютерних інструментів.

У таблиці 1 подано перелік комп'ютерних математичних інструментів у різних програмах.

Таблиця 1  
Комп'ютерні інструменти, закладені у ПДМ

	Інструмент, доступний з панелі або меню	DG	Gran 1	Gran2D	Gran3D	Cabri	Cabri 3D	GeoGebra	GeoGebra 5.0	Живая математика	Математический конструктор
1	Калькулятор	+	+	+	+	-	-	+	+	+	+

	<i>Інструмент, доступний з панелі або меню</i>	<i>DG</i>	<i>Gran 1</i>	<i>Gran2D</i>	<i>Gran3D</i>	<i>Cabri</i>	<i>Cabri 3D</i>	<i>GeoGebra</i>	<i>GeoGebra 5.0</i>	<i>Живая математика</i>	<i>Математический конструктор</i>
2	<b>Побудова точки, прямої, променя, відрізка, кола</b>	+	-	+	-	+	+	+	+	+	+
3	Побудова дуги	+	-	+	-	+	+	+	+	+	+
4	Побудова сектора, сегмента	-	-	-	-	+	-	+	+	-	+
5	<b>Побудова середини відрізка, бісектриси</b>	+	-	+	-	+	+	+	+	+	+
6	Поділ відрізка або кута на частини	-	-	-	-	+	-	-	-	-	+
7	<b>Побудова перпендикуляра чи паралельної прямої</b>	+	-	+	-	+	+	+	+	+	+
8	<b>Побудова многокутника</b>	+	-	±	-	+	+	+	+	+	+
9	<b>Визначення довжини, кута, площі</b>	+	-	+	+	+	+	+	+	+	+
10	Побудова симетричної точки	+	-	+	-	+	+	+	+	±	-
11	Побудова дотичної до кривої	-	-	±	-	-	-	+	+	-	+
12	<b>Побудова графіка функції, заданої явно і неявно</b>	-	+	-	+	-	±	+	+	±	+
13	Побудова графіка функції, заданої параметрично	-	+	-	-	-	-	+	+	±	+
14	Перетворення графіків функцій	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+
15	Дії над множинами	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+
16	Побудова інтерполяційного полінома	-	+	+	-	-	-	+	+	-	+
17	Побудова многогранників	-	-	-	+	-	+	-	+	-	-
18	Керування просторовими об'єктами	-	-	-	±	-	+	-	+	-	-
19	<b>Побудова площини, півплощини, виділення грані многогранника, побудова циліндра, конуса, сфери</b>	-	-	-	±	-	+	-	±	-	-
20	Обчислення визначених інтегралів, розв'язування рівнянь і нерівностей різних типів, їхніх систем	-	+	-	±	-	-	±	±	-	-
21	<b>Статистичне опрацювання результатів</b>	-	+	-	-	-	-	+	+	-	-

Вважаємо, що уміння оперувати представленими інструментами та використовувати їх у процесі вивчення математичних дисциплін характеризує вчителя як професіонала. Сучасний педагог є мобільним у питаннях предметно орієнтованого програмного забезпечення.

Наше дослідження додатково поставило питання мінімальної кількості комп'ютерних математичних інструментів, достатньої для провадження професійної діяльності вчителя математики. Експертами було запропоновано виходити з аналізу типових задач шкільного курсу математики, розв'язування яких потребує певного переліку комп'ютерних математичних інструментів, аналізу наявних інструментів у ПДМ, досвіду вчителів стосовно використання ПДМ в навчанні математики, і при цьому враховувати результати навчальних досягнень самих студентів – майбутніх учителів математики. Результати такого аналізу показали необхідність опанування інструментами під номерами 2, 5, 7, 8, 9, 12, 19, 21 таблиці 1 (виділені жирним). Зауважимо, що саме ці інструменти закладені у ПДМ Живая Математика, яке не дуже полюбляють як студенти,

так і вчителі через аскетичний інтерфейс, з чого робимо висновок про надлишковий запас комп'ютерних математичних інструментів у всіх інших ПДМ.

Варто зазначити, що розробники інформаційних продуктів осучаснюють їх у контексті розширення можливостей щодо розв'язання різних задач, а також передбачення процедур для спрощення реалізації освітнього процесу. Серед таких модифікацій варто виділити покрокову демонстрацію та можливість не показувати окремі об'єкти та тексти. Сучасні версії низки програм, наприклад, *Математический конструктор*, також передбачають тестовий контроль знань (див. Таблицю 2).

Зазначимо, що програма *Математический конструктор* суттєво відрізняється від наявних інтерактивних програм завдяки можливістю застосовувати загальноприйняті позначки рівності відрізків і кутів [1].

Таблиця 2  
Методичні прийоми, передбачені в ПДМ

Характеристика	DG	Gran 1	Gran2d	Gran3d	Cabri	Cabri 3d	GeoGebra	GeoGebra 5.0	Живая математика	Математический конструктор
Покрокова анімація	+	-	+	-	+	+	+	+	+	+
Встановлення типу і кольору об'єктів	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Встановлення кнопок	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+
Приховування об'єктів	+	+	+	-	+	+	+	+	+	+
Організація контролю	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+
Динамічний слід	+	-	+	-	+	+	+	+	+	+
Створення власних інструментів	+	-	+	-	-	-	+	+	+	+
Встановлення позначок на об'єкті	-	-	-	-	-	-	±	±	-	+
Обмеження зображення	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+
Вбудовані демонстрації	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+

Окреслимо методичні особливості застосування комп'ютерних математичних інструментів.

–Можливість зміни рисунку в динаміці, спостереження за траєкторіями точок. Це дозволяє більш якісно здійснювати організацію та реалізацію дослідницької діяльності освітнього процесу (учні мають певний інструментарій для математичного відкриття, вчитель – педагогічний спосіб, що сприяє якісному усвідомленню математичної ідеї).

–Можливість розширення набору інструментів для побудова середини відрізка, паралельної прямої чи перпендикуляра, встановлення інструментів, які вже було застосовано. Як показує практика, це спрощує процес побудови.

–Комп'ютер допомагає вчителю математики перевіряти правильність складних побудов, цікаво, що у низки комп'ютерних систем, наприклад, у *Математическому конструкторі*, перевірка здійснюється автоматично.

Згадані позитивні моменти передбачають попередню доволі ґрунтовну підготовку вчителя математики. Конкретизуємо це.

1. Використання ПДМ вимагає *переосмислення учителем форм і методів навчання*. Традиційне розв'язування задачі з підручника за допомогою програмних засобів є проблемним. Як приклад, задачі на перетворення виразів вимагають розуміння формул, геометричні задачі на доведення потребують початкової підготовки, важливо

сформувати для учня алгоритм дій, що сприяє знаходженню ефективного шляху вирішення задачі та формулюванню правильних висновків. У низки випадків, якщо вчитель планує залучити комп'ютер, варто творчо скорегувати зміст задач посібника.

Так, вивчення теореми синусів може полягати не через безпосереднє доведення цієї теореми, а через дослідження сторін і кутів трикутника: «У трикутнику навпроти більшого кута лежить завжди більша сторона та ін.». Учні повинні записати результати десяти проведених досліджень у таблицю (табл. 3) для кожного типу трикутника і зробити відповідні висновки. Емпіричні результати потім мають бути обов'язково доведені математично, але, як показує практика, емпірично одержані результати залишаються засвоєними краще.

Таблиця 3  
Таблиця результатів дослідження

Досліджува- ний параметр	Кут $A$	Кут $B$	Кут $C$	Сторона $a$	Сторона $b$	Сторона $c$	Най- більший кут (буквою)	Найбільша сторона (буквою)
Експеримент №1								
Експеримент № 2								
...								
Експеримент № 10								

2. *Пошук нестандартних і творчих завдань.* Це пов'язано із тим, що сучасна педагогічна теорія і практика декларує розвиток творчих здібностей учнів, у тому числі використовуючи ІКТ. Відомо, що одним із складників творчого мислення виступає інтуїція. Саме зміст математичних задач обумовлює її розвиток. Науковці стверджують, що розв'язання задач якнайкраще сприяє розвитку спостережливості, умінню застосовувати наочно-образне мислення та ін.

Нами відзначені ідеї реалізації міжпредметних зв'язків як такі, що сприяють не тільки формуванню умінь моделювати об'єкти різної природи, так і кращому засвоєнню предметних і надпредметних знань. Зокрема, пропонується візуалізація молекул і атомів речовин, будова яких підпорядкована законам симетрії, або ж моделювання руху води садового шланга під дією сили тяжіння.

3. *Проблема раціонального вибору середовища.* Проведені нами спостереження засвідчили ситуації, коли задачу вирішують за допомогою комп'ютерного інструменту, який не є оптимальним. Однак, цю проблему легко усунути, коли вже є досвід роботи з такими інструментами та визначено можливості їх використання на уроках математики. Так, для розв'язування задач стереометрії не завжди доречно залучати програму *Gran3d*, оскільки її обмежений інструментарій (створення базових стереометричних об'єктів, паралельне перенесення і поворот) не дозволяє оперувати рівняннями об'єктів та їх перетвореннями (програма *Cabri 3D* також не передбачає задання об'єктів їх рівняннями), натомість ПДМ *GeoGebra 5.0* буде з успіхом допомагати у розв'язуванні задач, заданих аналітично.

4. Принципово іншого методичного змісту набуває вміння вчителем здійснювати *перевірку результатів розв'язання задачі за допомогою комп'ютерної програми.* Важливо зрозуміти підхід учня щодо здійснення розв'язку. Так, задача про побудову квадрата може бути розв'язана кількома способами, не кожен з яких виявиться коректним (наприклад побудова прямих, які візуально перпендикулярні між собою, але не зберігають цю властивість при динамічній зміні конструкції).

5. *Стандартні помилки при застосуванні комп'ютерних інструментів.* Реальна практика авторів статті дозволяє стверджувати, що на сьогодні наявні типові помилки застосування низки комп'ютерних інструментів. Серед таких помилок – неправильний синтаксис команд, некоректне використання інструменту, відсутність розуміння результату впливу інструментом на об'єкт, невміння пояснити одержані розв'язки після застосування інструменту тощо.

Типові помилки не обмежуються лише тими, що подано вище. Акцентування уваги на них додає упевненості в тому, що майбутні вчителі зможуть їх попереджати. Тому вкрай значущим є чітке подання навчального матеріалу, вірно підібрана система вправ, рекомендації, що попереджують виконання невірних дій. Наявність типових помилок спонукає вчителя здійснювати пошук певних методичних прийомів, що сприяють вірному вибору комп'ютерного продукту.

Вирішення проблеми помилкового розв'язування задач з використанням ПДМ вбачаємо у впровадженні такої технології навчання, яка б надавала змогу перевірити одержаний результат, зокрема, при використанні кількох ПДМ, паралельному залученні аналітичних методів розв'язування, а також при використанні завдань, що мають недостатні, надлишкові данні, протиріччя, а також завдань творчо-пошукового характеру.

Тому особливо актуальною є відповідна підготовка вчителя до ефективного застосування комп'ютерних математичних інструментів. Важливо визначитися з кожним із завдань та інструментами для їх розв'язування, а й розташувати обрані завдання в такій послідовності, щоб спочатку були прості та посильні для більшості учнів, а їхня складність поступово зростала. Це твердження пов'язано із тим, що комп'ютер може не лише допомагати, а ще й заважати. Практикою доведено – якщо учень відчує, що завдання занадто складне, він переходить до розв'язання більш простих задач, у тому числі в іншому віртуальному середовищі.

Уточнення переліку комп'ютерних математичних інструментів, необхідних учителеві математики, реалізовано нами на типових задачах шкільного курсу математики, чинних програмних засобах математичного спрямування, у вимогах до випускника основної школи та освітніх стандартах вищої школи [1]. Нами також визначено перелік тем доцільного застосування комп'ютерних математичних інструментів, зазначено програми, де ці інструменти передбачені, зазначено наявність комп'ютерних інструментів окремих програм динамічної математики при вивченні тем шкільного курсу математики (додатково наведені умови типових задач теми).

Цікавим результатом нашого дослідження виявився експеримент, пов'язаний з вивченням впливу ПДМ на рівень навчальних досягнень учнів. Його проводили майбутні вчителі математики після опанування спецкурсу, пов'язаного з вивченням комп'ютерного математичного інструментарію.

Студентам четвертого курсу спеціальності «Математика» як дипломний проект було запропоновано вести гурток, основна мета якого полягала у розв'язуванні математичних задач саме у середовищах ПДМ. Студентами розроблялася програма гуртка, підбиралися задачі різного рівня складності, за власними уподобаннями можна було обрати ПДМ. При цьому потрібно було дослідити питання, чи впливає використання комп'ютерного математичного інструментарію на рівень навчальних досягнень учнів.

Цей рівень перевірявся завданнями ДПА на початку роботи гуртка і по її закінченні.

У експерименті взяли участь учні 9-х класів шкіл Сумської області. Їх загальна кількість – 72 особи.

На початку і наприкінці роботи гуртка учням пропонувалося дати відповіді на питання тесту, перелік завдань і відповідей до яких був позитивно сприйнятий



експертами у галузі навчання математики. Тест було позиціоновано як такий, що дозволяє перевірити рівень математичної підготовки учня 9-го класу.

Максимальна кількість балів тесту – 25.

Студентами відслідковувався загальний рівень навчальних досягнень та його динаміка. Оскільки шкала найменувань мала дві позиції – правильно/неправильно, результати у кожного з членів вибірки були залежні, але результати між членами вибірки були взаємно незалежними, то нами було застосовано критерій знаків для опрацювання загальних результатів [10].

Нульова гіпотеза полягає у тому, що робота гуртка не впливає на якість математичної підготовки учнів. Альтернативна – якість математичної підготовки зміниться.

На рівні значущості 0,05 критичне значення статистики  $G_{крит.}=28$ .

У таблиці 4 наведено результати тестів.

Таблиця 4  
Результати тестування учнів

№ респ.	Тип зміни	№ респ.	Тип зміни	№ респ.	Тип зміни	№ респ.	Тип зміни	№ респ.	Тип зміни	№ респ.	Тип зміни
1	0	13	0	25	0	37	-1	49	-2	61	+5
2	0	14	+4	26	+2	38	-2	50	-2	62	+3
3	+2	15	+2	27	+4	39	-4	51	-1	63	+2
4	-2	16	+3	28	-1	40	-2	52	+6	64	+6
5	0	17	+1	29	-3	41	+3	53	+2	65	-4
6	-3	18	+1	30	0	42	+3	54	+5	66	-1
7	-1	19	+1	31	-2	43	0	55	+6	67	0
8	+2	20	-1	32	0	44	+2	56	+3	68	-2
9	+2	21	-2	33	-1	45	0	57	-2	69	-1
10	-1	22	+2	34	+2	46	+3	58	-3	70	+6
11	-1	23	+2	35	+3	47	+3	59	-1	71	+2
12	+2	24	+2	36	+2	48	0	60	-1	72	+3

За правилами прийняття рішення маємо, що  $G_{емпір.}=26$ . Оскільки емпіричне значення менше за критичне, то приймається альтернативна гіпотеза про вплив роботи гуртка на якість математичної підготовки учнів, причому такий вплив є позитивним, оскільки кількість додатних зсувів (35 респондентів збільшили свої показники) перевищує кількість від'ємних (26 респондентів показали зменшення загального результату тесту).

Іншими словами є підґрунтя стверджувати про позитивний вплив використання ПДМ та відповідного математичного інструментарію на рівень математичної підготовки школярів, а тому є підстави говорити про важливість підготовки майбутнього вчителя математики залучати такий інструментарій у власну професійну діяльність.

Зазначене спонукало нас здійснити розширений аналіз тем шкільного курсу математики основної школи з метою їхньої підтримки комп'ютерними математичними інструментами, які виокремили під час аналізу відповідних середовищ. Такий аналіз поряд з вивченням стандарту математичної освіти виявив, що вимоги до підготовки фахівця сформульовані надто «широко». Зокрема, рівень стандарту для майбутнього вчителя математики у галузі використання спеціальних комп'ютерних програм визначено лише як «уміння добирати та використовувати готові програмні засоби (математичні пакети прикладних програм) для символічно-формульного, графічного,

чисельного аналізу математичних моделей реальних об'єктів» [1]. Відсутнє уточнення переліку комп'ютерних засобів чи їх типів, методів їх вивчення чи методик використання на рівні завдань кількісного змісту чи компетентнісного характеру.

Це додатково обумовило подальші пошуки нашого дослідження у бік уточнення переліку тих комп'ютерних інструментів, які мають бути в арсеналі сучасного вчителя математики з позицій державних вимог до професійної підготовки вчителя математики.

Уточнення переліку комп'ютерних математичних інструментів, необхідних сучасному вчителю математики, нами реалізовано на типових задачах шкільного курсу математики, існуючих програмних засобах математичного спрямування, вимогах до випускника основної школи та освітніх стандартах вищої школи [11].

Таким чином, узагальнення наших попередніх наукових пошуків [1], а також проведений аналіз стандартів освіти для вищої школи та загальноосвітніх навчальних закладів, навчальних планів підготовки вчителів математики дозволив конкретизувати та узгодити вимоги стандарту педагогічної освіти, потреби навчання шкільної математики основної школи та поширення комп'ютерних інструментів у межах підготовки сучасного вчителя математики (таблиця 5).

Таблиця 5

Комп'ютерні інструменти за вимогами стандарту

Вимога стандарту	Уточнення вимоги у контексті дослідження	Відповідні комп'ютерні інструменти (мінімум)
Вміти добирати та використовувати готові програмні засоби (математичні пакети прикладних програм) для символно-формульного, графічного, чисельного аналізу математичних моделей реальних об'єктів	Вміти обрати кращий з наявних математичних комп'ютерних інструментів для візуалізації умови, покрокової демонстрації розв'язання, прискорення одержання результату, перевірки відповіді	№№ 2, 5, 7, 8, 9, 12, 19, 21 таблиці 1, а також ПДМ GeoGebra 5.0, Математический конструктор, Живая Математика, Gran
Володіти застосуванням комп'ютера, системи опрацювання числової та графічної інформації, предметно-орієнтованими прикладними системами	Володіти інструментарієм програм динамічної математики та систем комп'ютерної математики	
Вміти складати програми для розв'язування типових навчальних задач	Вміти розв'язувати типові задачі тем шкільного курсу математики із застосуванням комп'ютерного інструментарію	
Вміти добирати засоби та методи навчання з використанням комп'ютерної техніки	Вміти з урахуванням обраного методу навчання обрати доцільний комп'ютерний інструмент	
Вміти використовувати комп'ютерно-орієнтовані системи навчання дисциплін за своїм фахом	Вміти на уроці використати комп'ютерний інструмент та навчити учнів його застосовувати самостійно	

Описаний аналіз та уточнення стандартів дозволяють виокремити ті навчальні завдання, вирішення яких буде забезпечувати формування у майбутніх вчителів математики уміння використовувати у професійній діяльності комп'ютерний математичний інструментарій:

- формування компетенції розв'язання стандартних задач шкільного курсу алгебри та геометрії із застосуванням комп'ютерних математичних інструментів;
- формування цілісного комп'ютерного математичного інструментарію як одного з засобів навчання;
- формування умінь з урахуванням обраного методу навчання обрати доцільний комп'ютерний математичний інструмент;

– формування умінь обрати кращий з наявних комп'ютерних математичних інструментів для реалізації різних завдань.

**Висновки, рекомендації, перспективи подальших досліджень.** Отже, у результаті наукових пошуків нами зазначено, що програмні засоби математичного спрямування можна поділити на два класи. Перший клас включає системи комп'ютерної математики, в яких використовуються традиційні позначення та способи написання формул (Maple, MatLab, Maxima тощо). До другого класу відносять програми динамічної математики, у яких передбачено можливість динамічних змін вихідної математичної конструкції, вивчення набору її числових характеристик чи їх відношень у динаміці (GeoGebra, Cabri, Mathkit і подібні до них).

Уточнено дефініцію «комп'ютерний математичний інструмент», під якою ми розуміємо віртуальний механізм (алгоритм) комп'ютерної програми (саму програму), що використовується для розроблення та дослідження математичних об'єктів та їхніх складників через числові й геометричні характеристики таких об'єктів.

Конкретизовано вимоги стандарту педагогічної освіти, потреби навчання шкільної математики основної школи та поширені комп'ютерні інструменти у межах підготовки сучасного вчителя математики.

Теоретичне обґрунтування, змістове розроблення та експериментальна перевірка системи застосування комп'ютерних математичних інструментів у процесі професійної підготовки майбутніх учителів математики стане предметом наших подальших наукових пошуків.

## **СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Семеніхіна О. В. Професійна готовність майбутнього вчителя математики до використання програм динамічної математики. Суми: Сумський державний педагогічний ун-т ім. А. С. Макаренка. 2016. 268 с.
2. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ. Харків: Факт. 2005. 360 с.
3. Сінько Ю. І. Системи комп'ютерної математики та їх роль у математичній освіті. [Електронний ресурс]. Збірник наукових праць «Інформаційні технології в освіті», Херсонський державний університет. 2009. №3. С. 274-278. URL: [http://ite.kspu.edu/webfm\\_send/528](http://ite.kspu.edu/webfm_send/528).
4. Тютюнник О. І., Михалевич В. М. Використання систем комп'ютерної математики для створення програмних засобів навчального призначення. Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2013. №6. С. 111 – 116.
5. Кулябов, Д. С. Кокотчикова, М. Г. Аналитический обзор систем символьных вычислений. Вестник РУДН, серия «Математика. Информатика. 2007. №1-2, С. 38- 45.
6. Hohenwarter, M. Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: The Case of GeoGebra. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching. 2008. №28. С. 135 – 146.
7. Ракута, В. М. Система динамічної математики GeoGebra як іноваційний засіб для вивчення математики. Інформаційні технології і засоби навчання. 2012. №4. URL: <http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/issue/view/54#.U24YeXTj5nE>.
8. Althoen, S. Investigating Bricard's Proof of Morley's Theorem with The Geometer's Sketchpad. Mathematics Teacher. 2009. №9. С. 706 – 709.
9. Словник української мови (1970 – 1980). URL: <http://sum.in.ua/s/instrument>.
10. Грабар, М. И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы. Москва: Педагогика. 1977.
11. Математика. Державний стандарт базової і повної середньої освіти. Освітня галузь "Математика", URL: <http://www.ippo.if.ua/predmety/matematyka/index.php?r=site/stattya&id= 243>.

*Матеріал надійшов до редакції 02.04.2018 р*

## **APPLICATION OF COMPUTER MATHEMATICAL TOOLS IN PROFESSIONAL PREPARATION OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS**

### **Semenikhina Olena**

Doctor of pedagogical sciences, assistant professor,  
Head of informatics department  
Sumy State Pedagogical University named after A. Makarenko, Sumy, Ukraine  
*e.semenikhina@fizmatsspu.sumy.ua*  
ORCID: 0000-0002-3896-8151

### **Proshkin Volodymyr**

Doctor of pedagogical sciences, assistant professor,  
Professor of department of information technologies and mathematical disciplines  
Borys Grinchenko Kyiv University, Kyiv, Ukraine  
*v.proshkin@kubg.edu.ua*  
ORCID: 0000-0002-9785-0612

**Abstract.** The article deals with the problem of improving the quality of the future teacher of mathematics by means of information technologies. There are two classes of software tools of mathematical direction such as 1) systems of computer mathematics which use traditional notation and methods of writing formulas (Maple, MatLab, Maxima, etc.), these systems are particularly effective in solving various applications, primarily mathematical modeling tasks in science and technology; 2) programs of dynamic mathematics which provide the possibility of dynamic changes of the original mathematical design, the study of the set of its numerical characteristics or their relations in dynamics (GeoGebra, Cabri, Mathkit, and the like). It is established that under the programs of dynamic mathematics it is necessary to understand the means of computer visualization of mathematical knowledge, which provide dynamic operation of various mathematical objects and the possibility of operative obtaining information about their properties. The term "computer mathematical tool" is specified as a virtual mechanism or algorithm of a computer program, or the program itself, which is used to create or study mathematical objects or their components through the numerical and geometric characteristics of the objects themselves. The methodical features of the use of computer mathematical tools have been distinguished: the possibility of dynamic changes in the drawing and observation of the trajectories of individual points opens the way for organizing the experimental and creative activity of all participants in the educational process; the ability to pre-install the tools or to expand the toolkit that simplifies the process of building or limiting tools; the computer frees the teacher from a debilitating check of the construction, and so on. The results of the experiment related to the study of the influence of the programs of dynamic mathematics on the level of academic students' achievements have been presented. The positive influence of the use of dynamic mathematics programs and the corresponding mathematical tools on the level of mathematical preparation of schoolchildren has been proved. The necessity of preparing the future teacher of mathematics for using this tool in the process of professional activity has been indicated. The requirements of the standard of pedagogical education, the needs of school maths in the main school and the distribution of computer tools within the framework of training a modern mathematics teacher have been specified.

**Keywords:** computer mathematical tools; information technology; professional training; future teacher; mathematics

### **REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)**

1. Semenikhina, O. V. (2016). Professional availability of a future maths teacher to the use of programs of dynamic mathematics. Sumy: Sumskyi derzhavnyi pedahohichnyi un-t im. A. S. Makarenka, 268 (in Ukrainian).
2. Rakov, S. A. (2005). Mathematical education: a competency approach using ICT. Kharkiv: Fakt, 360 (in Ukrainian).
3. Sinko, Yu. I. (2009). Systems of computer mathematics and their role in mathematical education. Information technology in education. Kherson State University, 3, 274-278

- [http://ite.kspu.edu/webfm\\_send/528](http://ite.kspu.edu/webfm_send/528) (in Ukrainian).
4. Tiutiunnyk, O. I. & Mykhalevych V. M. (2013). Use of computer mathematics systems to create educational software. *Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho instytutu*, 6, 111-116 (in Ukrainian).
  5. Kuljabov, D. S. & Kokotchikova, M. G. (2007). Analytical review of symbolic calculations systems. *Vestnik RUDN, serija «Matematika. Informatika*, 1-2, 38-45 (in Russian).
  6. Hohenwarter, M. (2008). Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: The Case of GeoGebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 28, 135 – 146.
  7. Rakuta, V. M. (2012). The system of dynamic mathematics GeoGebra as an innovative tool for mathematics study. *Informatsiini tekhnolohii i zasoby navchannia*, 4 <http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/issue/view/54#.U24YeXTj5nE> (in Ukrainian).
  8. Althoen, S. (2009). Investigating Bricard's Proof of Morley's Theorem with The Geometer's Sketchpad. *Mathematics Teacher*, 9, 706 – 709.
  9. *Slovník ukraïnskoï movy (1970 – 1980)*. <http://sum.in.ua/s/instrument> (in Ukrainian).
  10. Grabar, M. I. (1977). Application of mathematical statistics in pedagogical researches. Nonparametric methods. Moskva: Pedagogika (in Russian).
  11. Mathematics. State standard of basic and complete secondary education. Educational branch "Mathematics". <http://www.ippo.if.ua/predmety/matematyka/index.php?r=site/stattya& id= 243>. (in Ukrainian).