ФІЗИКА та АСТРОНОМІЯ
В РІДНІЙ ШКОЛІ

НАУКОВО-МЕТОДИЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 2 (149) КВІТЕНЬ — ТРАВЕНЬ — ЧЕРВЕНЬ 2020

Виходить чотири рази на рік

Передплатний індекс **68839**

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНЕ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИРОБНИЧЕ ПІДПРИЄМСТВО ВИДАВНИЦТВО «ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА»

Заснований у 1995 р., видається з 1996 р.
До 2012 р. журнал виходив у світ під назвою «Фізика та астрономія в школі», до 2014 р. – під назвою «Фізика та астрономія в сучасній школі»

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації серія КВ № 20024-8924Р від 25.06.2013 р.

ЗМІСТ

ІІІ ЕТАП ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ УЧНІВСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ З ФІЗИКИ *(КИЇВ-2016)*

Вадим ГАВРОНСЬКИЙ, старший викладач кафедри методики природничо-математичної освіти і технологій ІППО КУ ім. Бориса Грінченка

8 КЛАС

1. *Хлопчик зі швидкістю 4 км/год йшов уздовж залізничного полотна і побачив цікаве явище. Дві електрички, що рухались назустріч одна одній, зустрілися і роз'їхалися навпроти нього. Він встиг порахувати, що перша електричка мала 9 вагонів, друга – 10. Йому стало цікаво, а чи можна визначити швидкість електричок, якщо вважати, що вони були однакові за модулем? Що ви запропонували б хлопчикові?*

Розв'язання

Перший спосіб. Найкоротшим розв'язання буде в тому разі, якщо перейти в систему відліку, пов'язану з хлопчиком. У цьому випадку швидкість першої електрички становить:

$$\cancel{v_1 = v - v,}$$

а швидкість другої –

$$\cancel{v_2 = v + v.}$$

Нехай l – довжина вагона, тоді довжина першої електрички становитиме $L_1 = n_1 l$, а другої $L_2 = n_2 l$. Обидві електрички пройдуть повз хлопчика за один й той самий час:

$$t = \frac{n_1 l}{\vartheta - u} = \frac{n_2 l}{\vartheta + u} \qquad (1)$$

З рівняння (1) випливає, що

$$\vartheta = \frac{n_2 + n_1}{n_2 - n_1} u = 76 \text{ км/год}.$$

Другий спосіб. У системі відліку, пов'язаній із залізничним полотном, за час t перша електричка пройде шлях, що становить

$$\cancel{L_1 = n_1 l + vt,}$$

а друга – шлях, що становить

$$\cancel{L_2 = n_2 l - vt.}$$

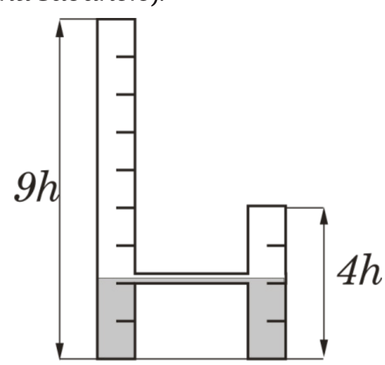
Оскільки швидкості електричок рівні, то і $L_1 = L_2$. З цієї рівності знаходимо:

$$\cancel{l = 2\,vt(n_2 - n_1).}$$

Швидкість електричок дорівнюватиме:

$$\cancel{v = L/t = (2n_1 + 1)\,v = 76 \text{ км/год}.}$$

2. *Який максимальний об'єм води густиною $\rho_1 = 1{,}0$ г/см^3 можна налити в Н-подібну несиметричну трубку з відкритими верхніми кінцями, що частково заповнена маслом густиною $\rho_2 = 0{,}8$ г/см^3? Площа горизонтального перерізу вертикальних частин трубки дорівнює S. Обсягом горизонтальної частини трубки можна знехтувати. Вертикальні розміри трубки і висота стовпа масла наведені на малюнку 1 (висоту h вважати заданою).*



Мал. 1

П р и м і т к а. Затикати відкриті кінці трубки, нахиляти її або виливати з неї масло заборонено.

Розв'язання

Важливо, щоб у короткому коліні залишилося якомога менше масла. Тоді у високій трубці можна буде створити стовп максимальної висоти, що перевищує 4h. Для цього почнемо наливати воду в праве коліно. Так триватиме доти, доки рівень води не досягне висоти $2h$ у правому коліні, а рівень масла, відповідно, – $3h$ у лівому. Подальше виштовхування масла неможливо, оскільки межа розділу масло – вода в правому коліні стане вищою за рівень сполучної трубки, і в ліве коліно почне надходити вода. Процес добавляння води доведеться припинити, коли верхня межа масла в правому коліні досягне верху коліна.

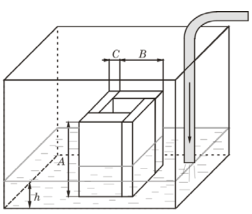
Умова рівності тисків на рівні сполучної трубки дає:

$$\cancel{(2h + x) \cdot 0{,}8\rho_1 = h + 0{,}8\rho_1 h,}$$

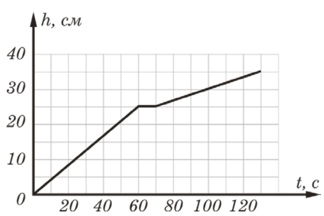
звідси $x = 0{,}25h$. Остаточно: води вдалося налити $4{,}25h$.

3. *Петрик склеїв чотири цеглини (маса кожної m = 3,24 кг) водостійким клеєм. У нього утворився цегляний колодязь, який він приклеїв до дна акваріума прямокутної форми з площею дна S_0 = 540 см^2. Після цього хлопчик почав наливати воду зі шланга, що розміщений між стінкою посудини та цегляним колодязем (мал. 2). Обсяг води л/с), що надходив зі шланга щосекунди, був незмінним. Петрик дослідив залежність рівня води в посудині h від часу (мал. 3). Час t = 0 відповідає початку надходження води в акваріум. За результатами дослідження хлопчик визначив довжину A, ширину B й товщину C кожної цеглини, а також густину матеріалу, з якого їх зроблено. Які значення цих величин він отримав? Масою клею знехтувати.*

4.



Мал. 2



Мал. 3

Розв'язання

Проаналізуємо графік, що його отримав Петрик (мал. 3). Ділянка від 0 до 60 с відповідає заповненню водою простору між стінками акваріума та цеглинами. Об'єм, що заповнюється водою, визначають за формулою:

$$V = (S_0 - S_1)h, \text{ де } S_1 = (B + C)^2.$$

Упродовж наступних 10 с рівень води в посудині не змінюється. Це означає, що вода заповнює лише внутрішній об'єм цегляного колодязя. Площа внутрішньої частини становить:

$$S_2 = (B - C)^2.$$

Починаючи з 70-ї секунди рівень води знову перевищує висоту A цеглин. З графіка випливає, що довжина цеглини становить A = 25 см. З цього моменту заповнення акваріума відбувається повільніше, ніж на першій ділянці, оскільки площа, що заповнюється, стала більшою і дорівнює площі дна акваріума. Ділянка графіка від 70-ї до 130-ї секунди дає змогу визначити швидкість надходження води υ в літрах за секунду. Оскільки за Δt_3 = 60 с у посудину надійшов об'єм $\Delta h S_0$, де Δh = 10 см (див. мал. 3), то

$$\upsilon = \frac{\Delta h S_0}{\Delta t_3} = \frac{10\ \text{см} \times 540\ \text{см}^2}{60\ \text{с}} = 90\,\frac{\text{см}^3}{\text{с}} = 0{,}09\ \frac{\text{л}}{\text{с}}.$$

За першою частиною графіка (до 60-ї секунди) можна визначити зовнішню площу цегляного колодязя. Оскільки за Δt_1 = 60 с рівень води досяг значення h_0 = 25 см, то об'єм води, що надійшла, з одного боку, дорівнює добутку цієї висоти і різниці площ S_0 та S_1, з іншого боку, цей об'єм дорівнює добутку швидкості надходження води і часу її надходження. Таким чином, отримуємо рівняння:

$$h_0 (S_0 - (B + C)^2) = \upsilon \Delta t_1$$

або

$$S_1 = (B + C)^2 = \frac{S_0 - \upsilon \Delta t_1}{h_0} =$$

$$= \frac{540 - (90 \times 60)}{25} = 324\ \text{см}^2. \qquad (1)$$

Заповнення внутрішньої частини колодязя тривало Δt_2 = 10 с. Отже,

$$h_0 (B - C)^2 = \upsilon \Delta t_2$$

або

$$(B - C)^2 = (\upsilon \Delta t_2)/h_0 = 36\ \text{см}^2. \qquad (2)$$

З (1) і (2) знаходимо: B = 12 см, C = 6 см. Отже, об'єм однієї цеглини дорівнює:

$$V = ABC = 6 \times 12 \times 25 = 1800\ \text{см}^3 = 0{,}0018\ \text{м}^3$$

а густина становить:

$$\rho = \frac{\cancel{M_k}}{V} = 1800\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

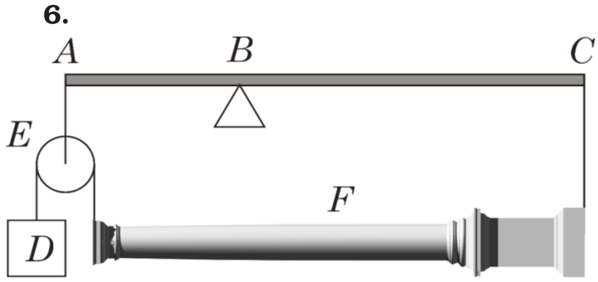
~~**4**. *У скелі, що примикає до моря, є печера. Вхід до печери затоплений (мал. 4). Глибина моря біля входу в печеру становить 5 м, а рівень води в печері – на 1 м нижче. Визначте тиск повітря в печері. Атмосферний тиск дорівнює 100 000 Па.*~~

Розв'язання

За законом сполучених посудин, тиск у дна всередині печери і зовні має бути однаковим, а оскільки всередині печери висота стовпа води на 1 м менша, ніж зовні, то тиск повітря всередині неї має бути більшим, ніж зовнішній на $\rho g\Delta h$ = 10000 Па, отже, тиск усередині печери дорівнює 110 000 Па.

5. *Невагомий блок E підвішений до лівого кінця однорідного важеля ABC масою M (мал. 5). Плече AB удвічі менше за BC. Довгий неоднорідний вантаж F масою m одним кінцем з'єднаний з кінцем важеля C, а другим – через блок E з вантажем D. Якою має бути маса вантажу D, щоб система перебувала в рівновазі?*

6.



Мал. 5

Розв'язання

Нехай m_1 – невідома маса; T_1 – сила натягу нитки, що перекинута через блок; T_2 – сила натягу нитки, що прикріплена до правого кінця важеля; T – сила натягу нитки, що прикріплена до лівого кінця важеля; a – довжина лівого плеча; b – довжина правого плеча. Оскільки вантажі нерухомі, то сила тяжіння, що діє на них, компенсується силами натягу ниток, що приєднані до них, тому

$$mg = T_1 + T_2,\ m_1 g = T_1.$$

Блок невагомий та нерухомий, тому $T = 2T_1$. Оскільки важіль однорідний, а відношення плечей – 1/2, то ліве плече має масу $M/3$, праве – $2M/3$. З умови рівноваги важеля випливає:

$$\frac{Mg}{3}\cdot\frac{a}{2} + T\cdot a = \frac{2Mg}{3}\cdot\frac{b}{2} + T_2\cdot b$$

Оскільки ~~$b/a =$~~, то

$$T - 2T_2 = Mg/2.$$

Розв'язуючи систему рівнянь знаходимо: $m_1 = M/8 + m/2$.

9 КЛАС

1. Див. задачу **3** (**8 клас**).

2. *Інколи у фільмах можна бачити цікавий ефект: під час руху карети або автівки колеса обертаються в протилежний бік відносно їх руху бік. Хлопчик вирішив дослідити це явище і зняв обертання колеса з періодом T_0 = 14 мс за допомогою кінокамери, що робить 24 кадри щосекунди (n). Колесо мало дефект, що уможливлював дослідження обертання колеса. Під час перегляду він визначив час t великої кількості N обертів і обчислив період обертання за формулою $T = t/n$. Яке значення періоду він отримав?*

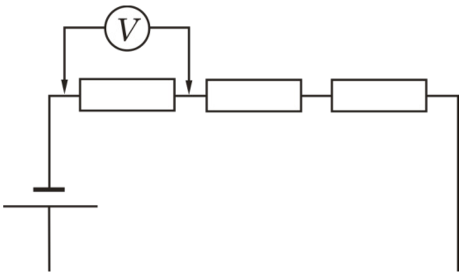
Розв'язання

На кадрах зображатиметься положення системи з інтервалом часу $\tau_0 = \frac{1}{n} = 41{,}(6)$ мс, $\tau_0 \approx 3T_0$, точніше $\tau = \tau_0 - 3T_0 = -0{,}(3)$ мс. Отже, під час переходу від кадру до кадру колесо робить майже 3 оберти, але не доходить до положення на попередньому кадрі на частину оберту:

$$x = \frac{|\tau|}{T_0} = 0{,}0238.$$

Під час перегляду кадрів здаватиметься, що колесо обертається в зворотний бік, оскільки $x \ll 1$, а око сприймає окремі кадри як рух предмета вздовж найкоротшого шляху, який з'єднує положення, зафіксовані на кадрах. Отже, колесо зробить один повний оберт як здається в зворотний бік за $T = \frac{\tau_0}{x} = 1{,}75$ с. Саме це значення і мав отримати хлопчик.

3. *Під час лабораторної роботи учень з'єднав послідовно три резистори та під'єднав їх до джерела постійної напруги (мал. 1). Після цього він виміряв напругу на різних ділянках цього кола за допомогою* *вольтметра. Ввімкнений паралельно до усіх трьох резисторів вольтметр показав 3 В, а ввімкнений паралельно до одного резистора (мал. 1) – 0,8 В. Якими будуть показання вольтметра, якщо його під'єднати паралельно до двох ~~резисторів~~?*



Мал. 1

Розв'язання

Зрозуміло, що ~~u_0~~ = *3В* – напруга на джерелі. Нехай R – опір резистора; R_V – опір вольтметра. Тоді під час ввімкнення вольтметра до одного резистора загальний опір кола становитиме:

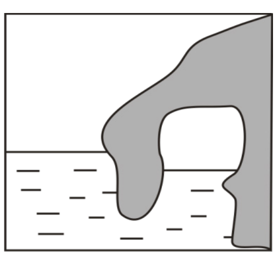
$$2R + \frac{RR_V}{R + R_V} = \frac{2R^2 + 3RR_V}{R + R_V},$$

і показання вольтметра визначаються як $U_1 = U_0 \dfrac{1}{2\dfrac{R}{R_V} + 3}$, звідки знаходимо: $\dfrac{R}{R_V} = \dfrac{3}{8}$.

Тоді під час ввімкнення вольтметра паралельно двом резисторам показання становитиме:

$$U_2 = U_0 \frac{2}{2\dfrac{R}{R_V} + 3} = 1{,}6 \text{ В.}$$

~~**4.** *У скелі біля моря є печера. Вхід до печери затоплений (мал. 2). Глибина моря біля входу в печеру становить 5 м, а рівень води в печері на 1 м нижчий. Визначте тиск повітря в печері. Атмосферний тиск дорівнює 100 000 Па.*~~



Мал. 2

Розв'язання

За законом сполучених посудин, тиск у дна всередині печери і зовні має бути однаковим. Через те що всередині печери висота стовпа води на 1 м менша, ніж зовні, то тиск повітря всередині неї має бути більший за зовнішній на $\rho g \Delta h$ = 10 000 Па, отже, тиск усередині печери дорівнює 110 000 Па (110 кПа).

10 КЛАС

1. *Майстер Джапетто виготовив для Пінόккіо ковпак з тонкої бляхи. Ковпак має форму конуса, його висота H = 20 см, кут при вершині α = 60°. Чи утримуватиметься цей ковпак на голові у Пінόккіо, якщо ця голова – гладенька куля діаметром D = 15 см?*

Розв'язання

Необхідно передусім визначити розташування центра мас ковпака. З цією метою подумки розіб'ємо ковпак на вузькі кільця однакової ширини. Маса кілець наростатиме лінійно вниз від вершини до основи ковпака. Так само наростатиме лінійно маса смужок, якщо розрізати рівнобедрений трикутник на смужки однакової ширини паралельно до його основи. Відомо, що центр мас трикутника розміщується в точці перетину його медіан. Тому центр мас ковпака розміщується на його осі на відстані $\dfrac{2H}{3}$ від вершини.

Стан рівноваги системи буде стійким, якщо в разі малого відхилення від рівноваги центр мас піднімається. У нашому випадку, для того щоб ковпак перебував у стійкій рівновазі на голові Пінόккіо, необхідно, щоб його центр мас розміщувався нижче від центра голови. З геометричної побудови легко побачити, що остання умова виконується, ~~якщо~~. За умовою задачі, остання нерівність не виконується, отже, ковпак не триматиметься на голові Пінόккіо.

2. *У калориметр з гарячим чаєм кинули шматок льоду, температура якого 0 °С. Після встановлення теплової рівноваги температура чаю понизилася на Δt_1 = 12 °С. Коли в калориметр кинули другий такий самий шматок льоду, температура понизилася ще на Δt_1 = 10 °С. На скіль-*

ки зменшиться температура чаю, якщо в нього кинути такий самий третій шматок льоду? Теплоємністю калориметра, теплообміном з навколишнім середовищем та домішками заварки в чаї знехтувати.

Розв'язання

Запишемо рівняння теплового балансу для першого випадку:

$$cM\Delta t_1 = m\lambda + cm(t_1 - \Delta t_1),$$

де M – маса чаю; m – маса шматка льоду; λ – питома теплота плавлення льоду; c – питома теплоємність води; t_1 – початкова температура чаю. Звідси

$$\left(\frac{M}{m}+1\right)\Delta t_1 = \frac{\lambda}{c} + t_1. \qquad (1)$$

У випадку з другим шматком льоду можна записати рівняння, що є аналогічним рівнянню (1):

$$\left(\frac{M}{2m}+1\right)(\Delta t_1 + \Delta t_2) = \frac{\lambda}{c} + t_1. \qquad (2)$$

З рівнянь (1) і (2) отримаємо:

$$\left(\frac{M}{m}+1\right)\Delta t_1 = \left(\frac{M}{2m}+1\right)(\Delta t_1 + \Delta t_2),$$

звідси легко знайти відношення мас:

$$\frac{M}{m} = \frac{2\Delta t_2}{\Delta t_1 - \Delta t_2} = 10.$$

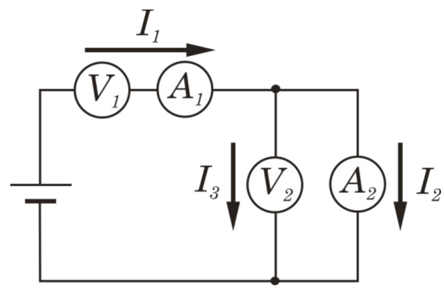
У випадку третього шматка льоду отримаємо:

$$\left(\frac{M}{3m}+1\right)(\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3) = \frac{\lambda}{c} + t_1. \qquad (3)$$

З рівнянь (1) і (3) визначимо:

$$\Delta t_3 = \frac{2}{1+\frac{3m}{M}}\Delta t_1 - \Delta t_2 \approx 8{,}5\ ^\circ\text{C}.$$

3. *Схему складено із джерела напруги, двох однакових вольтметрів та двох однакових амперметрів (мал. 3). Амперметри A_1 та A_2 показують відповідно $I_1 = 1{,}1$ мА та $I_2 = 1{,}05$ мА. Вольтметр V_2 показує $U_2 = 0{,}05$ В. Що показує вольтметр V_1? Чому дорівнює напруга джерела?*



Мал. 3

Розв'язання

Через вольтметр V_2 проходить струм $I_3 = I_1 - I_2 = 0{,}05$ мА. Тоді опір вольтметра становитиме:

$$R_B = \frac{U_2}{I_3} = 1000\ \text{Ом}.$$

Вольтметр V_1 показує $U_1 = I_1 \cdot R_B = 1{,}1$ В. Напруга джерела V дорівнює сумі показань вольтметрів V_1, V_2 та падіння напруги на амперметрі A_1:

$$V = U_1 + U_2 + I_1 R_A.$$

Визначимо опір амперметра R_A:

$$R_A = \frac{U_2}{I_2} = \frac{1000}{21}\ \text{Ом}.$$

Тоді $V = 1.1 + 0.05 + 1.1/21 \approx 1.2$ В.

4. *Пучок α-частинок у досліді Резерфорда падає на тонку фольгу. При цьому невелика частка падаючих частинок відбивається, втрачаючи при цьому частину своєї кінетичної енергії. Під час ретельного дослідження таких частинок виявилось, що деякі з них втратили 7,8 % своєї початкової енергії, а інші – 13,8 % початкової енергії. Обґрунтовано поясніть результат досліду.*

Довідка: *α-частинка являє собою ядро атома* ^4_2He.

Розв'язування

У досліді Резерфорда спостерігається розсіювання α-частинок внаслідок однократних пружних співударів з ядрами атомів фольги. Розсіювання назад є результатом центрального удару. Під час такого удару кінетична енергія відбитої частинки відноситься до її початкової енергії, як

$$\frac{(M-m)^2}{(M+m)^2},$$

де m – маса α-частинки; M – маса ядра. Зрозуміло, що наявність двох різних коефіцієнтів втрат енергії пояснюється тим, що фольга містить атоми з двома істотно відмінними масами ядер. Після елементарних обчислень легко отримати, що M_1 = 197 (золото), M_2 = 108 (срібло).

~~Для~~ дослідження властивостей нелінійного резистора було проведено такі досліди. Спочатку дослідили залежність опору резистора від температури. Зі збільшенням температури до t_1 = 100 °С миттєво відбувався стрибок опору від R_1 = 50 Ом до R_2 = 100 Ом, під час охолодження зворотний стрибок відбувався при t_2 = 99 °С. У наступному дослідженні встановили, що в разі прикладання до резистора постійної напруги U_1 = ~~0 В~~ він нагрівається до температури t_3 = 80 °С. Нарешті, коли до резистора приклали постійну напругу v_2 = 80 В, то в колі виникли спонтанні коливання струму. Температура повітря в лабораторії залишалась сталою і дорівнювала t_0 = 20 °С. Тепловіддача від резистора прямо пропорційна різниці температур резистора та навколишнього середовища, теплоємність резистора становить С = 3 Дж/К. Визначте період T цих коливань та мінімальне і максимальне значення сили струму.

Розв'язання

Позначимо символом α коефіцієнт пропорційності між розсіяною на резисторі потужністю та різницею температур резистора та навколишнього середовища. Оскільки при напрузі $\cancel{v}_1$ = ~~80~~ В температура резистора є сталою й становить t_3 = 80 °С, то можна записати, що

$$U_1^2/R_1 = \alpha(t_3 - t_0). \qquad (1)$$

З прикладанням напруги $\cancel{v}_2$ = 80 В температура резистора зростає. Коли вона досягає значення t_1 = 100 °С, опір резистора стрибкоподібно збільшується удвічі до значення R_2 = 100 Ом. При цьому удвічі зменшується кількість теплоти, що виділяється під час проходження струму, і якщо прикладена напруга не надто велика, то відведення теплоти почне переважати над її виділенням, внаслідок чого резистор почне охолоджуватись. Коли температура резистора знизиться до значення t_2 = 99 °С, то його опір стрибкоподібно зменшиться, і процес почне повторюватись. Таким чином у колі виникнуть коливання, зумовлені стрибкоподібною залежністю опору від температури.

Температура резистора мало змінюється у процесі коливань і може вважатись сталою. Для визначеності покладемо її рівною t_1 = 100 °С. Нехай T_1 – час нагрівання резистора від 99 °С до100 °С, а T_2 – час його охолодження від 100 °С до 99 °С. Тоді період коливань становитиме: $T = T_1 + T_2$. Запишемо рівняння теплового балансу:

$$\frac{U_2^2 T_1}{R_1} = \alpha(t_1 - t_0)T_1 + C(t_1 - t_2),$$

$$\frac{U_2^2 T_1}{R_2} = \alpha(t_1 - t_0)T_1 - C(t_1 - t_2). \qquad (2)$$

Враховуючи (1), отримаємо:

$$T_1 = \frac{C(t_1 - t_2)}{U_2^2 / R_1 - U_1^2(t_1 - t_0)/\left[R_1(t_3 - t_0)\right]},$$

$$T_2 = \frac{C(t_1 - t_2)}{U_1^2(t_1 - t_0)/\left[R_1(t_3 - t_0)\right] - U_2^2 / R_2}.$$

Підстановка числових значень дає, що $T_1 = T_2 \approx 0{,}1$ с, $T = 0{,}2$ с.

Максимальний та мінімальний струм становитимуть:

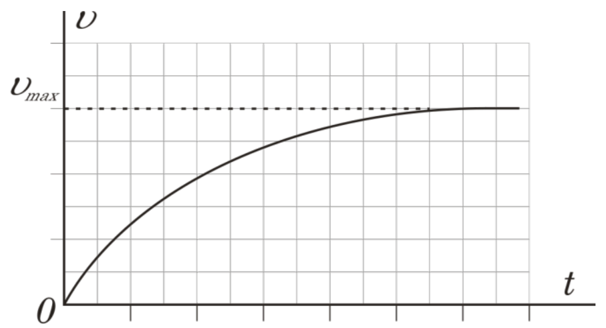
$$I_{max} = \cancel{v}_2/R_1 = 1{,}6 \text{ А}, \quad I_{min} = \cancel{v}_2/R_2 = 0{,}8 \text{ А}.$$

11 КЛАС

1. *З балкона останнього поверху 16-поверхового будинку кидають волейбольний м'яч. Визначте його прискорення відразу після удару об горизонтальну поверхню асфальту. Зіткнення вважати пружним.*

Розв'язання

На м'яч діють сила тяжіння та сила опору повітря, що монотонно зростає із швидкістю v. Тому прискорення м'яча зменшується з часом. Під час падіння з достатньо великої висоти сила опору врівноважує силу тяжіння, і м'яч падає зі сталою швидкістю υ_{max}. Якісний характер залежності швидкості υ від часу t наведено на малюнку 4. Внаслідок пружного удару швидкість змінює напрямок на протилежний, а її абсолютне значення зберігається. Відповідно, сила опору стає співнапрямленою із силою тяжіння і у перший момент дорівнює їй за значенням. Отже, прискорення м'яча становить $2g$ і спрямоване до землі.



Мал. 4

2. *Повітряна куля має об'єм $V = 1{,}1\ м^3$. Маса тонкої оболонки становить $\mu = 0{,}187$ кг. Температура навколишнього середовища дорівнює $t = 20\ °C$ за нормального атмосферного тиску $P_H = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па. Густина повітря за таких умов $\rho = 1{,}2\ кг/м^3$. До якої температури треба підігріти повітря всередині кулі, щоб вона відірвалась від землі? На яку висоту підніметься куля, якщо температура повітря в ній підтримується на рівні $t_1 = 110\ °C$? Залежність атмосферного тиску P від висоти h визначається за барометричною формулою*

$$P = P_0 e^{\frac{Mgh}{RT}},$$

де P_0 – тиск на висоті; $h = 0$; M – молярна маса повітря; T – абсолютна температура повітря; $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К) – універсальна газова стала; $g = 9{,}82\ м/с^2$ – прискорення вільного падіння. Число e – основа натурального логарифма, $e \approx 2{,}72$.

Розв'язання

Для того щоб куля злетіла, її маса разом з оболонкою має стати меншою за масу витісненого повітря:

$$\mu + \frac{MP_0V}{RT_1} < \frac{MP_0V}{RT},$$

де T, T_1 – абсолютна температура навколишнього та нагрітого повітря; P_0 – його тиск, що за умовою дорівнює нормальному атмосферному. Знайдемо T_1:

$$T_1 > \frac{T}{1 - \frac{\mu RT}{MP_0V}}.$$

В умові задачі не наведено молярну масу повітря. Виразимо її через відому густину при заданих температурі та тиску:

$$M = \frac{\rho RT}{P_0}.$$

З двох останніх формул отримаємо:

$$T_1 > \frac{T}{1 - \frac{\mu}{\rho V}} \approx 341\ \text{К}.$$

Отже, куля злетить, якщо повітря нагріти до температури, вищої за 68 °C.

Якщо $T_1 \approx 383$ К, то куля підніметься до висоти, на якій тиск P визначатиметься з умови:

$$\mu + \frac{MPV}{RT_1} = \frac{MPV}{RT}$$

Отримаємо:

$$P = \frac{\mu RTT_1}{MV(T_1 - T)} = \frac{\mu T_1}{\rho V(T_1 - T)} P_0 \approx 0{,}61 \times 10^5\ \ \text{Па}.$$

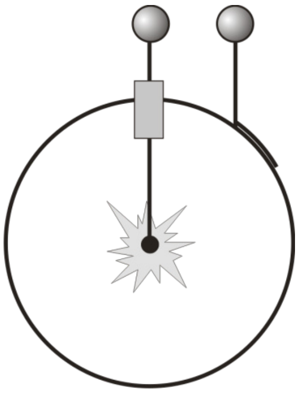
$$\ln(P / P_0) = -0{,}51,$$

$$\frac{Mgh}{RT} = \frac{\rho gh}{P_0} = 0{,}51 \Rightarrow h = 4{,}35\ \ \text{км}.$$

3. *Електрична батарея, що використовує β-радіоактивність, являє собою герметичну металеву сферу, всередину якої на металевому стержні вміщено шматочок радіоактивної речовини (мал. 5). Стержень ізольовано від сфери. Щосекунди розпадається n атомів. Енергія електрона, що утворюється під час розпаду, дорівнює W;*

1) Визначте ЕРС такої батареї та максимальний струм, що вона може дати.

2) Нехай батарея замкнена реостатом. Побудуйте графік залежності струму від опору реостату.



Мал. 5

Розв’язання

1) Електрорушійна сила характеризує роботу сторонніх сил з переміщення заряду між розімкнутими полюсами батареї. Оскільки робота з переміщення електрона від джерела радіоактивності до поверхні сфери виконується за рахунок його кінетичної енергії *W*, то *Е.Р.С.* = W/e, де e – заряд електрона. Батарея дає максимальний струм, коли всі електрони, що утворюються під час розпаду, досягають поверхні сфери. Отже, ~~I_{max}~~ = ne (розмірність n – обернена секунда).

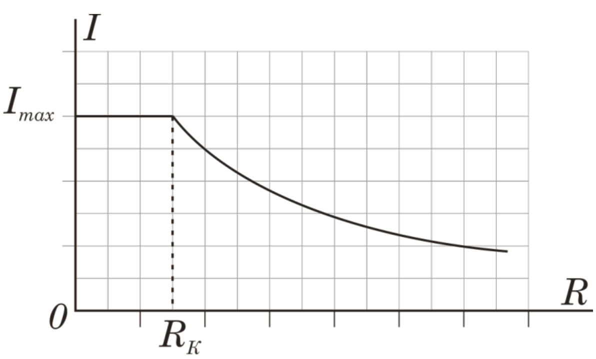
2) Залежність струму I від опору зовнішнього навантаження R має дві ділянки. Для великих значень опору

$$R > \frac{E.P.C.}{I_{\max}} = W \,/\, ne^2 = R_К$$

маємо

$$I = \frac{E.P.C.}{R},$$

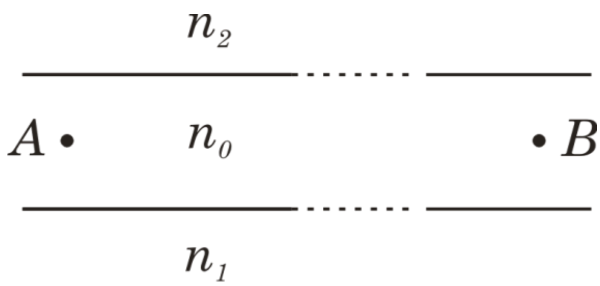
тобто батарея працює як джерело напруги. Для малих опорів $R < R_К$, $I = I_{\max}$ батарея працює як джерело струму. Графік залежності $I(R)$ наведено на мал. 6.



Мал. 6

4. *Тонкий шар прозорого скла, що має товщину 1 мм та показник заломлення n_0 =1,6, нанесений на скляну підкладку з показником заломлення n_1 = 1,4. Показник заломлення повітря над цим шаром дорівнює n_2 = 1. Всередині шару в точці А розміщується точкове джерело світла, що випромінює короткі імпульси тривалістю τ_0 =* 10^{-9} с *(мал. 7). Яка тривалість імпульсів, що спостерігаються в точці В, що розташована всередині шару на відстані 10 м? Що спостерігатиметься в цій точці, якщо інтервали між імпульсами ~~становитимуть~~ $2 \cdot 10^{-9}$ с?*

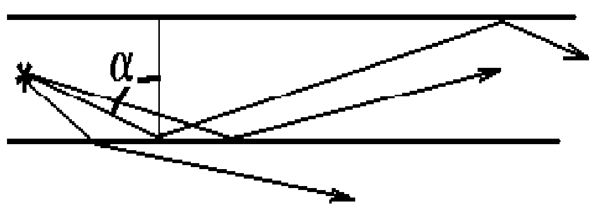
~~**5.**~~



Мал. 7

Розв’язання

Кут повного внутрішнього відбивання α від нижньої границі становить sinα = 7/8, на верхній границі його значення є меншим. Через те всі промені, що йдуть від джерела світла і падають на границі під кутами, більшими за α, зазнають багатократного повного внутрішнього відбивання на обох границях і потрапляють в ділянку спостереження (мал. 8).



Мал. 8

Найдовша променева траєкторія має довжину 10/sinα ≈ 1,4 м, найкоротша – 10 м. Час запізнення імпульсу, що іде по найдовшій траєкторії, становить:

$$(11{,}4 - 10) \,/\, \cancel{3 \cdot 10^{8}}) \times 1{,}6 \approx 7{,}5 \cdot 10^{-9}\ \text{с}.$$

Враховано залежність швидкості світла від показника заломлення). Отже, тривалість окремого імпульсу в точці спостереження τ_0 + 7,5 нс = 8,5 нс. Якщо інтервали між імпульсами становитимуть 2 нс, то вони зливатимуться в неперервний сигнал.

~~**6.** *Для дослідження властивостей нелінійного резистора було проведено такі досліди. Спочатку дослідили залежність опору резистора від температури. Зі збільшенням температури до t_1 = 100 °С миттєво відбувався стрибок опору від R_1 = 50 Ом до R_2 = 100 Ом, під час охолодження зворотний стрибок відбувався за температури t_2 = 99 °С. У наступному дослідженні встановили, що в разі прикладання до резистора постійної напруги υ_1 = 60 В він нагрівається до температури t_3 = 80 °С. Нарешті, коли до резистора приклали постійну напругу υ_2 = 80 В, то в колі виникли спонтанні коливання струму. Температура повітря в лабораторії залишалась сталою і дорівнювала t_2 = 20 °С. Тепловіддача від резистора прямо пропорційна різниці температур резистора та навколишнього середовища, теплоємність резистора С = 3 Дж/К. Визначте період Т цих коливань та мінімальне і максимальне значення сили струму.*~~

~~*Розв'язання*~~

Позначимо символом α коефіцієнт пропорційності між розсіяною на резисторі потужністю та різницею температур резистора та навколишнього середовища. Оскільки при напрузі υ_1 = 60 В температура резистора є сталою й становить t_3 = 80 °С, то можна записати, що

$$U_1^2 / R_1 = \alpha(t_3 - t_0) \qquad (1)$$

З прикладанням напруги υ_2 = 80 В температура резистора зростає. Коли вона досягає значення t_1 = 100 °С, опір резистора стрибкоподібно збільшується удвічі до значення R_2 = 100 Ом. При цьому удвічі зменшується кількість теплоти, що виділяється під час проходження струму, і якщо прикладена напруга не надто велика, то відведення теплоти почне переважати над її виділенням, унаслідок чого резистор почне охолоджуватись. Коли температура резистора знизиться до значення t_2 = 99 °С, його опір стрибкоподібно зменшиться, і процес почне повторюватись. Таким чином у колі виникнуть коливання, зумовлені стрибкоподібною залежністю опору від температури.

Температура резистора мало змінюється у процесі коливань і може вважатись сталою. Для визначеності покладемо її рівною t_1 = 100 °С. Нехай T_1 – час нагрівання резистора від 99 °С до 100 °С; T_2 – час його охолодження від 100 °С до 99 °С. Тоді період коливань становитиме $T = T_1 + T_2$. Запишемо рівняння теплового балансу:

$$\begin{aligned} \frac{U_2^2 T_1}{R_1} &= \alpha(t_1 - t_0)T_1 + C(t_1 - t_2), \\ \frac{U_2^2 T_1}{R_2} &= \alpha(t_1 - t_0)T_1 - C(t_1 - t_2). \end{aligned} \qquad (2)$$

Враховуючи (1), отримаємо:

$$T_1 = \frac{C(t_1 - t_2)}{U_2^2 / R_1 - U_1^2(t_1 - t_0)/[R_1(t_3 - t_0)]},$$

$$T_2 = \frac{C(t_1 - t_2)}{U_1^2(t_1 - t_0)/[R_1(t_3 - t_0)] - U_2^2 / R_2}.$$

Підставивши числові значення, отримаємо:

$$T_1 = T_2 \approx 0{,}1\ \text{с},\ T = 0{,}2\ \text{с}.$$

Максимальний та мінімальний струм дорівнюють:

$$I_{max} = \upsilon_2 / R_1 = 1{,}6\ \text{А},\ I_{min} = \upsilon_2 / R_2 = 0{,}8\ \text{А}.$$