

Київський університет імені Бориса Грінченка  
Факультет інформаційних технологій та математики  
Кафедра математики і фізики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Проректор з науково-методичної та  
навчальної роботи

  
Олексій ЖИЛЬЦОВ  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 р.



## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

для студентів

спеціальності	<u>111 Математика</u>
освітнього рівня	<u>першого (бакалаврського)</u>
освітньої програми	<u>111.00.01 Математика</u>



Київ – 2023


**Розробники:**

Сергій РАДЧЕНКО, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики і фізики факультету інформаційних технологій та математики Київського університету імені Бориса Грінченка.

**Викладачі:**

Сергій РАДЧЕНКО, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики і фізики факультету інформаційних технологій та математики Київського університету імені Бориса Грінченка.

**Робочу програму розглянуто і затверджено на засіданні кафедри математики і фізики**  
протокол від 01.02. 2023 р. № 1

Завідувач кафедри  Світлана СЕМЕНЯКА

**Робочу програму погоджено з гарантом освітньої програми (керівником освітньої програми) 111.00.01 Математика**  
01 . 02 . 2023 р.

Керівник освітньої програми  Марія АСТАФ'ЄВА

**Робочу програму перевірено**  
\_\_\_\_. \_\_\_\_ . 2023 р.

Заступник декана  Євген ІВАНІЧЕНКО

**Пролонговано:**

на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_), « \_\_\_\_ » \_\_\_\_ 20\_\_ р., протокол № \_\_\_\_

на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) (підпис) \_\_\_\_\_ (ПІБ), « \_\_\_\_ » \_\_\_\_ 20\_\_ р., протокол № \_\_\_\_

на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) (підпис) \_\_\_\_\_ (ПІБ), « \_\_\_\_ » \_\_\_\_ 20\_\_ р., протокол № \_\_\_\_

на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) (підпис) \_\_\_\_\_ (ПІБ), « \_\_\_\_ » \_\_\_\_ 20\_\_ р., протокол № \_\_\_\_

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Характеристика дисципліни за формами навчання	
	денна	
Вид дисципліни	обов'язкова	
Загальний обсяг кредитів / годин	4/120	
Курс	1	
Семестр	2	
Кількість змістових модулів з розподілом:	2	
Обсяг кредитів	4	
Обсяг годин, в тому числі:	120	
Аудиторні	56	
Модульний контроль	8	
Семестровий контроль	30	
Самостійна робота	26	
Форма семестрового контролю	іспит	

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета:** ознайомити студентів з фундаментальними поняттями аналітичної геометрії та її методами із забезпеченням належної інтерпретації отриманих результатів, використання методу координат та векторів для предметного обґрунтування властивостей геометричних фігур, формування навичок роботи з векторами, координатами точок та рівняннями об'єктів для використання у різних задачах.

### Завдання:

- Вивчення методів розв'язання завдань з аналітичної геометрії.
- Формування навичок роботи з геометричними об'єктами для використання у різних задачах.
- Дослідження властивостей геометричних об'єктів векторними методами та використанням методу координат.

**Завдання** полягає у формуванні теоретичних знань та практичних умінь у сфері алгебраїчних досліджень, використання отриманих знань у застосуваннях та набуття **наступних компетентностей**:

### Загальні компетентності

- ЗК-1:** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу
- ЗК-2:** Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях
- ЗК-3:** Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності
- ЗК-4:** Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово
- ЗК-7:** Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями
- ЗК-8:** Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел
- ЗК-9:** Здатність приймати обґрунтовані рішення
- ЗК-10:** Здатність працювати в команді
- ЗК-12:** Здатність працювати автономно
- ЗК-13:** Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків

### **Спеціальні (фахові) компетентності**

**СК-1:** Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

**СК-2:** Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.

**СК-3:** Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.

**СК-4:** Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих

**СК-5:** Здатність до просторового мислення

**СК-6:** Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем

**СК-8:** Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів

**СК-11:** Здатність застосовувати математичні факти, теореми, методи й алгоритми, пакети програмного забезпечення до розв'язування прикладних задач із різних сфер життєдіяльності людини й суспільства.

### **3. Результати навчання за дисципліною**

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

#### **знати:**

- основні поняття і визначення аналітичної геометрії;
- принципи побудови канонічних рівнянь прямих та кривих 2-го порядку;
- класифікацію кривих 2-го порядку;
- методи розв'язування типових задач з курсу аналітичної геометрії;
- властивості поверхонь у просторі та їх канонічних рівнянь;

#### **уміти:**

- будувати рівняння прямих і площин різних типів;
- визначати точкові множини з наперед заданими умовами;
- розв'язувати задачі на перетини геометричних об'єктів;
- аналізувати загальні рівняння геометричних фігур з метою їх ідентифікації;
- перетворювати системи координат за допомогою матриць перетворення;
- вільно використовувати апарат векторної алгебри для дослідження властивостей геометричних об'єктів;

та досягти наступних **програмних результатів навчання:**

**РН-1:** Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці.

**PH-3:** Знати принципи *modusponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modustollens* (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень.

**PH-4:** Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

**PH-7:** Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефакхівців у галузі математики.

**PH-8:** Здійснювати професійну письмову й усну комунікацію українською мовою та однією з іноземних мов

**PH-10:** Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями

**PH-11:** Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей

**PH-14:** Знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної геометрії для розв'язування професійних задач

#### 4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Усього	Розподіл годин між видами робіт			
		Аудиторна:			с.р.
		лк	пр.	мк	
<b>Змістовий модуль 1. Площина</b>					
Тема 1. Прямі на площині.	20	6	6		8
Тема 2. Лінії 2-го порядку на площині.	24	6	8	2	8
Тема 3. Узагальнення поняття кривої 2-го порядку.	22	8	8	2	4
<b>Разом за змістовим модулем 1</b>	<b>66</b>	<b>20</b>	<b>22</b>	<b>4</b>	<b>20</b>
<b>Змістовий модуль 2. Простір</b>					
Тема 4. Площина і пряма в просторі.	6	2	2		2
Тема 5. Площина і пряма в просторі (продовження).	10	2	4	2	2
Тема 6. Поверхні другого порядку в просторі.	8	2	2	2	2
<b>Разом за змістовим модулем 2</b>	<b>24</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>6</b>
<b>Семестровий контроль</b>	<b>30</b>				
<b>Усього годин</b>	<b>120</b>	<b>26</b>	<b>30</b>	<b>8</b>	<b>26</b>

#### 5. Програма навчальної дисципліни

##### Змістовий модуль 1. Площина

##### Тема 1. Прямі на площині

Геометричні вектори. Властивості. Операції з векторами. Добутки векторів. Метод координат. Системи координат. Перетворення координат. Координати точки та вектора. Довжина відрізка. Рівняння прямої: нормоване, загальне, канонічне, параметричне, у відрізках, через дві точки, з кутовим коефіцієнтом.

Нормальне рівняння прямої, нормуючий множник. Геометричний зміст коефіцієнтів рівнянь прямої. Основні методи розв'язування задач, пов'язаних зі взаємним розташуванням точок, прямих та векторів на площині.

### **Тема 2. Лінії 2-го порядку на площині**

Геометричні означення кривих другого порядку. Рівняння кривих другого порядку. Задачі з кривими другого порядку. Властивості директриси, ексцентриситету, асимптоти. Побудова канонічних рівнянь за геометричними властивостями кривої.

### **Тема 3. Узагальнення поняття кривої 2-го порядку**

Класифікація ліній другого порядку. Приведення загального рівняння до канонічного виду. Основні властивості загального рівняння кривої 2-го порядку. Побудова ліній 2-го порядку за їх канонічним рівнянням. Приведення рівняння лінії другого порядку до канонічного виду

## **Змістовий модуль 2. Простір**

### **Тема 4. Площина і пряма в просторі**

Рівняння площини та прямої у просторі: нормоване, загальне, у відрізках, параметричне, канонічне. Геометричний зміст коефіцієнтів рівняння площини.

### **Тема 5. Площина і пряма в просторі (продовження)**

Кут між площинами. Відстань від точки до площини. Відстань між паралельними площинами. Взаємне розташування прямих та площин у просторі. Кут між прямими, між прямою і площиною. Рівняння прямої у просторі: канонічне, параметричне, у вигляді системи лінійних рівнянь. Геометричний зміст коефіцієнтів рівняння прямої. Відстань між прямими.

### **Тема 6. Поверхні другого порядку в просторі**

Поверхні обертання. Сфера, еліпсоїд обертання, параболоїд обертання, конус, гіперболоїд обертання. Визначення, канонічні рівняння. Геометричний зміст коефіцієнтів канонічних рівнянь. Побудова канонічних рівнянь поверхонь обертання за їх геометричними властивостями та числовими параметрами. Побудова зображень поверхонь за їх канонічними рівняннями. Перерізи поверхонь координатними площинами.

## **6. Контроль навчальних досягнень**

### **6.1. Система оцінювання навчальних досягнень студентів**

№ з/п	Вид діяльності студента	Макс. кількість балів за одиницю	Модуль 1		Модуль 2	
			Кільк. одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид	Кільк. одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид
1	Відвідування лекцій	1	10	10	3	3
2	Відвідування практичних занять	1	11	11	4	4

3	Виконання завдань для самостійної роботи	5	2	10	1	5
4	Робота на практичних заняттях	10	11	110	4	40
5	Виконання модульної контрольної роботи	25	2	50	2	50
	<b>Разом</b>	-	-	<b>191</b>	-	<b>102</b>
Максимальна кількість балів: 293						
Розрахунковий коефіцієнт: 0,205						

### 6.2. Завдання для самостійної роботи та критерії її оцінювання.

№	Назва теми	Кількість годин	Бали
<b>Змістовий модуль 1. Площина.</b>		<b>20</b>	<b>10</b>
1	Геометричні вектори.	2	1
2	Системи координат.	4	2
3	Рівняння прямої.	6	3
4	Лінії 2-го порядку на площині.	8	4
<b>Змістовий модуль 2. Простір.</b>		<b>6</b>	<b>5</b>
5	Рівняння площини та прямої у просторі.	2	1
6	Взаємне розташування прямих та площин у просторі.	2	2
7	Поверхні обертання.	2	2
	<b>Разом</b>	<b>26</b>	<b>15</b>

### 6.3. Форми проведення модульного контролю та критерії оцінювання.

Письмово, макс. оцінка - 25 балів, робота оцінюється за наступними критеріями:

1. Побудова чіткого алгоритму розв'язування завдання (20% оцінки).
2. Обґрунтування кожного кроку з посиланням на відповідні теореми або на властивості об'єктів, які використовуються для досягнення мети (40% оцінки).
3. Вільно використовувати основні властивості геометричних фігур (20% оцінки).
4. Точно виконувати алгебраїчні перетворення (10% оцінки).
5. Акуратно оформити роботу (10% оцінки).

### 6.4. Форми проведення семестрового контролю та критерії оцінювання.

Письмово, макс. оцінка - 40 балів, 4 завдання оцінюються по 10 балів кожне. Практичні уміння, які має продемонструвати студент під час складання іспиту.

- Розуміння на достатньому рівні основних теоретичних положень, які закладені у геометричне твердження
- Вміння будувати доведення теорем з обґрунтуванням відповідних висновків
- Вільно використовувати апарат аналітичної геометрії при розв'язуванні вправ
- Чітко розуміти, які властивості геометричних об'єктів потрібно використати в конкретному випадку
- Добре уявляти зв'язок між геометричними властивостями та аналітичними співвідношеннями

Варіант відповіді на екзаменаційний білет з розподілом балів при оцінюванні.

Теоретичне питання №1 (всього 10 балів):

Парабола, її властивості.

Канонічне рівняння параболи (вивести рівняння - 3 бали), фокус якої лежить на додатній півосі Ох:  $y^2 = 2px$

Вказати геометричний зміст параметру  $p$  (1 бал).

Ексцентриситет параболи:  $e=1$  (пояснити зміст означення та порівняти з

ексцентриситетами еліпсу та гіперболи – 2 бали); директриса параболи:  $x = -\frac{p}{2}$  (означення параболи за допомогою директриси – 2 бали).

Різні типи розташування параболи відносно системи координат та відповідні рівняння (2 бали).

Теоретичне питання №2 (всього 10 балів):

Рівняння прямої, яка є перетином двох площин. Приведення до канонічного вигляду.

Записати систему, що визначає пряму (1 бал)

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

Пояснить, що означають рівняння у вказаній системі (1 бал).

Вказати умови (для коефіцієнтів), за яких система визначає єдину пряму (3 бали).

Визначити спосіб знаходження з рівнянь системи точки, яка належить прямій (2 бали).

Обчислити напрямний вектор прямої та обґрунтувати метод його отримання з коефіцієнтів системи (3 бали).

Записати канонічне рівняння прямої (1 бал).

Приклад №1

Скласти канонічне рівняння еліпса, фокуси якого лежать на осі Ох, якщо відстань між його фокусами дорівнює  $p$ , а ексцентриситет  $e = \frac{s}{t}$ .

Відповідь (з балами оцінювання - всього 10 балів):

1. З'ясувати, в яких формулах може використовуватись відстань фокусами еліпсу (2

бали). Це дві формули:  $e = \frac{c}{a}$  та  $a^2 = b^2 + c^2$ , де  $c$  - половина фокусної відстані.

2. Обрати формулу, яка містить найменшу кількість невідомих (2 бали):  $e = \frac{c}{a}$ , де  $a$  - велика піввісь еліпсу.

3. Підставити отримані значення половини фокусної відстані та великої півосі еліпсу в формулу  $a^2 = b^2 + c^2$  та отримати значення малої півосі еліпсу (2 бали).

4. Враховуючи задане в умові задачі розташування фокусів еліпсу обрати належний тип його рівняння (2 бали):  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

5. Записати остаточний вигляд рівняння еліпсу, виходячи з отриманих значень (2



бали).

### Приклад №2

Скласти рівняння медіани трикутника, що проходить через одну з його вершин  $A(g;h)$ , знаючи дві інші вершини трикутника  $B(p;s)$ ,  $C(t;u)$ .

Відповідь (з балами оцінювання - всього 10 балів):

1. Дати означення медіани (1 бал).
2. Розглянути різні варіанти рівнянь прямої на площині. З'ясувати, який з варіантів може бути забезпечений умовами задачі. Рівняння прямої, що проходить через дві точки, може бути використано, якщо для відомої в умові точки  $A(g;h)$  можна знайти другу точку (4 бали).
3. Знаходження координат точки, через яку медіана має пройти, а саме: середину відрізка  $[BC]$ , який є стороною трикутника, протилежною вершині  $A$  (3 бали).
4. Записати обране рівняння прямої та привести його до звичного канонічного вигляду (2 бали).

### **6.5.Орієнтовний перелік питань для семестрового контролю.**

1. Поняття вектора. Лінійні операції над векторами: додавання і віднімання векторів, множення вектора на число. Поняття про лінійну залежність і лінійну незалежність системи векторів.
2. Властивості векторів, заданих координатами у афінному та ортонормованому базисі.
3. Типи рівнянь прямих на площині. З'ясування змісту коефіцієнтів кожного типу рівнянь прямої. Встановлення перпендикулярності чи паралельності двох прямих за коефіцієнтами загальних рівнянь.
4. Побудова ліній 2-го порядку за їх канонічним рівнянням. Знаходження канонічних рівнянь кривих 2-го порядку, заданих певними умовами, накладеними на їх параметри. Побудова канонічних рівнянь за геометричними властивостями кривої. Властивості директриси, ексцентриситету, асимптот. Приведення рівняння лінії другого порядку до канонічного виду.
5. Побудова рівнянь прямої і площини за геометричними параметрами. Знаходження кута між площинами, відстані від точки до площини та відстані між паралельними площинами. Визначення взаємного розташування сфери, прямої і площини за їхніми рівняннями. Умова перетину двох прямих у просторі. Паралельність та перпендикулярність прямих та площин у просторі. Знаходження відстані між двома прямими.
6. Загальні поверхні 2-го порядку: еліпсоїд, параболоїд, гіперболоїд, параболічний гіперболоїд. Властивості та канонічні рівняння. Геометричний зміст коефіцієнтів канонічних рівнянь. Зображення поверхонь у тривимірному просторі, метод перерізів.

### **6.6.Шкала відповідності оцінок**

Рейтингова оцінка	Оцінка за стобальною шкалою	Значення оцінки
A	90 – 100 балів	<b>Відмінно</b> – відмінний рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу з можливими незначними недоліками
B	82-89 балів	<b>Дуже добре</b> – достатньо високий рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу без суттєвих (грубих) помилок
C	75-81 балів	<b>Добре</b> – в цілому добрий рівень знань (умінь) з незначною кількістю помилок
D	69-74 балів	<b>Задовільно</b> – посередній рівень знань (умінь) із значною кількістю недоліків, достатній для подальшого навчання або професійної діяльності
E	60-68 балів	<b>Достатньо</b> – мінімально можливий допустимий рівень знань (умінь)
FX	35-59 балів	<b>Незадовільно з можливістю повторного складання</b> – незадовільний рівень знань, з можливістю повторного перескладання за умови належного самостійного доопрацювання
F	1-34 балів	<b>Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням курсу</b> – досить низький рівень знань (умінь), що вимагає повторного вивчення дисципліни

## 7. Навчально-методична картка дисципліни

Разом: 120 год., із них: лекції – 26 год., практичні заняття – 30 год., самостійна робота – 26 год., модульний контроль – 8 год.

Примітка: оцінювання результатів самостійної роботи здійснюють у ході письмового опитування теорії та виконання модульної контрольної роботи.

Модулі (назви, бали)	Змістовий модуль 1. Площина			Змістовий модуль 2. Простір		
Теми	1	2	3	4	5	6
Лекції (теми, бали)	Прямі на площині. (3 бали)	Лнії 2-го порядку на площині. (3 бали)	Узагальнення поняття кривої 2-го порядку. (4 бали)	Площина і пряма в просторі. (1 бал)	Площина і пряма в просторі (продовження). (1 бал)	Поверхні другого порядку в просторі. (1 бал)
Практичні заняття (теми, бали)	Властивості векторів та зв'язок з координатами. Перетворення рівнянь прямих з одного типу до іншого. З'ясування змісту коефіцієнтів кожного типу рівнянь на конкретних прикладах. (33 бали)	Побудова ліній 2-го порядку за їх канонічним рівнянням. Побудова канонічних рівнянь за геометричними властивостями кривої. Властивості директриси, ексцентриситету, асимптот. (44 бали)	Перетворення систем координат. Приведення рівняння ліній другого порядку до канонічного виду. (44 бали)	Побудова рівнянь прямої і площини з використанням геометричного змісту коефіцієнтів рівняння. (33 бали)	Знаходження кута між площинами, відстані від точки до площини та відстані між паралельними площинами. (33 бали)	Зображення поверхонь у тривимірному просторі, метод перерізів. (11 бали)
Самостійна робота	Самостійна робота (10 балів)			Самостійна робота (5 балів)		
Поточний контроль (вид, бали)	Модульна контрольна робота 1 (25 балів)	Модульна контрольна робота 2 (25 балів)		Модульна контрольна робота 3 (25 балів)	Модульна контрольна робота 4 (25 балів)	
Підсумковий контроль (вид, бали)	Екзамен (40 балів)					

## 8. Рекомендовані джерела

### Основна:

1. Ординська З. П., Орловський І. В., Руновська М. К. Конспект лекцій з аналітичної геометрії та лінійної алгебри (для студентів технічних факультетів), НТУ України КПІ, 2014.

2. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Практикум. (І курс І семестр) / Уклад.: І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова. — К: НТУУ «КПІ», 2013. — 180 с. <http://matan.kpi.ua/public/files/PraktykumLAAG.pdf>

3. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч.1. – К.: Вища школа, 1976. - 456 с.

4. М.І. Шкіль, Т.В. Колесник, В.М. Котлова . Вища математика у 3-х кн. Кн.1. Аналітична геометрія з елементами алгебри. Вступ до математичного аналізу. - К : "Либідь", 1994. - 280 с.

### Додаткова:

5. Яковець В.П. та ін. Аналітична геометрія. Навчальний посібник. — Університетська книга, 2004.— 296 с.

6. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.