

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН УКРАЇНИ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова  
Волинський національний університет імені Лесі Українки

**ДЕВ'ЯТНАДЦЯТА МІЖНАРОДНА  
НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ  
ІМЕНІ АКАДЕМІКА  
МИХАЙЛА КРАВЧУКА**

**Тези доповідей**

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF UKRAINE  
«IGOR SIKORSKY KYIV POLYTECHNIC INSTITUTE»  
INSTITUTE OF MATHEMATICS OF NAS OF UKRAINE  
TARAS SHEVCHENKO NATIONAL UNIVERSITY OF KYIV  
NATIONAL PEDAGOGICAL DRAGOMANOV UNIVERSITY  
LESYA UKRAINKA VOLYN NATIONAL UNIVERSITY

**XIX INTERNATIONAL SCIENTIFIC  
MYKHAILO KRAVCHUK  
CONFERENCE**

**Abstracts**

Kyiv – 2023

**XIX Міжнародна наукова конференція імені академіка  
Михайла Кравчука, присвячена 125-річчю  
КПІ ім. Ігоря Сікорського**  
<https://matan.kpi.ua/uk/kravchuk-conf-2023/>

---

**Почесний програмний комітет**

академік НАН України Згуровський М.З. (голова)  
професор Вірченко Н.О.  
професор Ванін В.В.  
академік НАН України Тимоха О.М.  
професор Безущак О.О.  
професор Стріха М.В.  
професор Торбін Г.М.

**Програмний комітет**

Клесов О.І. (голова)	Пилипенко А.Ю.	Харкевич Ю.І.
Василик О.І.	Романюк А.С.	Шевчук І.О.
Іванов О.В.	Сердюк А.С.	Яцюк С.М.

**Організаційний комітет**

Задерей П.В. (голова)	Кравчук О.М.	Приходько Ю.Є.
Боднарчук С.В.	Москвичова К.К.	Сиротенко А.В.
Гембарська С.Б.	Нефьодова Г.Д.	Соколенко І.В.
Задерей Н.М.	Пелехата О.Б.	

**Секції**

Секція 1. Диференціальні та інтегральні рівняння, їх застосування  
Секція 2. Алгебра, геометрія, математичний аналіз  
Секція 3. Теорія ймовірностей та математична статистика  
Секція 4. Інформаційні системи та технології в освіті  
Секція 5. Історія і методика викладання математики та інформатики  
Секція 6. Математична фізика та теоретична фізика

---

*Матеріали Дев'ятнадцятої міжнародної наукової конференції імені академіка Михайла Кравчука, 11–12 жовтня 2023 року, Київ, КПІ ім. Ігоря Сікорського.*

**XIX International Scientific Mykhailo Kravchuk Conference,  
dedicated to the 125th anniversary of Igor Sikorsky  
Kyiv Polytechnic Institute  
<https://matan.kpi.ua/en/kravchuk-conf-2023/>**

---

**Honorary Program Committee**

academician of NASU Zgurovsky M.Z. (head)  
professor Virchenko N.O.  
professor Vanin V.V.  
academician of NASU Timokha O.M.  
professor Bezuschak O.O.  
professor Strikha M.V.  
professor Torbin G.M.

**Program Committee**

Klesov O.I. (head)	Pylypenko A.Yu.	Kharkevich Yu.I.
Vasylyk O.I.	Romanyuk A.S.	Shevchuk I.O.
Ivanov O.V.	Serdyuk A.S.	Yatsyuk S.M.

**Organizing Committee**

Zaderey P.V. (head)	Kravchuk O.M.	Prykhodko Yu.E.
Bodnarchuk S.V.	Moskvychova K.K.	Syrotenko A.V.
Hembarska S.B.	Nefyodova G.D.	Sokolenko I.V.
Zaderey N.M.	Pelehata O.B.	

**Sections**

Section 1. Differential and integral equations, their applications  
Section 2. Algebra, geometry, calculus  
Section 3. Probability theory and mathematical statistics  
Section 4. Information systems and technologies in education  
Section 5. History and methodology of teaching mathematics and informatics  
Section 6. Mathematical physics and theoretical physics

---

*Proceedings of Nineteenth International Scientific Mykhailo Kravchuk Conference,  
October 11–12, 2023, Kyiv, Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute.*

## ДО ПИТАННЯ ПРО КЛАСИ ГАРДІ

П. В. ЗАДЕРЕЙ, Н. М. ЗАДЕРЕЙ, Г. Д. НЕФЬОДОВА, І. Ю. МЕЛЬНИК

У 1914 році англійський математик Годфрі Гарольд Гарді (1877–1947), професор Кембриджського університету, опублікував в працях Лондонського математичного товариства роботу, присвячену середньому значенню модуля аналітичної функції, заданої в одиничному крузі. Гарді ввів класи функцій  $H^p$ , де  $0 < p < \infty$ .  $H^p$  – це множина функцій  $F(z)$ , аналітичних в крузі  $|z| < 1$ , що задовольняють при  $0 \leq r < 1$  умову

$$\mu_p(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |F(re^{ix})|^p dx < \infty \quad (1)$$

Класи Гарді були узагальнені в роботах німецько-швейцарського математика українського походження О. М. Островського (1893–1986), який ввів класи функцій  $A$  або  $N$ . Функція  $F(z)$  аналітична в крузі  $|z| < 1$ , належить класу  $A$  (або  $N$ ), якщо при  $r < 1$  справджується умова

$$\mu_0(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln^+ |F(re^{ix})| dx < \infty, \quad (2)$$

де

$$\ln^+(x) = \max[0, \ln(x)]$$

Можна довести [1], якщо функція  $F(z) \in H^p$ , то функція  $F(z) \in A$ . Такі класи функцій розглядалися також фінським математиком Рольфом Неванлінною (1895–1980) [2]. Клас Неванлінни включає усі класи Гарді.

Досить цікавою є особистість Олександра Марковича Островського. Народився він у Києві, в багатодітній сім'ї, закінчив на «відмінно» приватне комерційне училище і не мав атестату зрілості, потрібного для вступу до університету. Вчитель з математики Чир'єв, спостерігаючи за неабиякими математичними здібностями п'ятнадцятирічного хлопчика, привів його до професора Київського університету Дмитра Граве, який провів для нього два непростих випробування. Перше завдання полягало у доведенні усіх теорем на декількох сторінках, вибраних навмання у підручнику з теорії чисел, яке юний Островський виконав за два дні. Друге завдання було пов'язано зі швидким опрацюванням складних книг, а саме праці Д. Граве про квадратичну область. Професор, вражений математичними результатами О. Островського, негайно прийняв його до свого знаменитого наукового семінару, у творчій атмосфері якого виховувалися такі

талановиті учні, як майбутній академік ВУАН М. Кравчук, майбутній академік АН СРСР Ю. Шмідт, М. Крейн, В. Вельмін, М. Чеботарьов, Б. Делоне та багато інших.

Попри підтримку Д. Граве та його прохання до попечителя учбового округу Олександрю Островському не дозволили екстерном здати іспити на атестат зрілості, і вчитель порадив йому навчатися за кордоном. За рекомендацією Д. Граве молодий вчений був одразу прийнятий до двох університетів, Геттінгенського та Марбурзького. Спочатку Островський вивчав математику у Марбурзькому університеті, де швидко набув світового авторитету. Потім у Геттінгені захистив під керівництвом Гільберта, Клейна та Ландау докторську дисертацію і у віці 35 років у 1927 році очолив у Базельському університеті знамениту кафедру Йоганна Бернуллі. Зазначимо, що на своїй Батьківщині, яка стала радянською, вчений світового рівня знову не був затребуваний, хоча мав значну підтримку з боку провідних радянських математиків.

Дослідження О. Островського стосувалися багатьох розділів математики: геометрія, топологія, алгебра, теорія чисел, диференціальні рівняння та теорія функцій. Такі широкі наукові інтереси були рідкістю у ХХ столітті. О. Островський був чудовим лектором, викладачем, методистом, займався видавничою діяльністю [3].

У 1980 р. з'явилася монографія професора Каліфорнійського університету Пола Кусиса, присвячена класам  $H^p$ , що відзначилася ясним та доступним викладенням основної теорії класів Гарді в одичинному крузі і півплощині та застосуванню їх в різних областях. Друге видання монографії [4], більш розширене та доповнене, вийшло у 1998 р.

Дослідження класів Гарді, Островського–Неванлінни істотно вплинули на теорію рядів та інтегралів Фур'є. Класи  $H^p$  виявилися корисними в теорії лінійних операторів і в теорії ймовірностей.

#### ЛІТЕРАТУРА

- [1] Zigmund A. (1965). Trigonometric series., Izdat. «Mir», Moscow. vol. I, pp. 615. vol. II, pp. 537.
- [2] Nevanlinna Rolf (1970). Analytic Functions. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. pp. 376.
- [3] Митропольський Ю.О., Самойленко А.М., Перестюк М.О., Дрозд Ю.А., Кириченко В.В., Суцанський В.І. (1970). Дмитро Граве – професор Київського університету. Наукові записки НаУКМА. т. 23, Фізико-математичні науки. с. 5–9.
- [4] Koosis Paui (1980, 1998). Introduction to Spaces. Cambridge University Press. pp. 286.

КПШ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

Email address: pvzaderey@gmail.com, zadereynm@gmail.com, g.nefyodova@gmail.com

Київський університет імені Бориса Грінченка, м. Київ, Україна

Email address: iy.melnyk@kubg.edu.ua