Розділ 2
ТЕОРІЯ ТА ПРАКТИКА НАВЧАННЯ І ВИХОВАННЯ

CHAPTER 2
THEORY AND PRACTICE OF EDUCATION

УДК 378.174:373.3.016
DOI: 10.31376/2410-0897-2023-3-53-190-199

АКТИВІЗАЦІЯ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ НА ЗАНЯТТЯХ З МАТЕМАТИКИ В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ: ДОСВІД РОБОТИ ЛАБОРАТОРІЇ ПОЧАТКОВОЇ ОСВІТИ КИЇВСЬКОГО УНІВЕРСИТЕТУ ІМЕНІ БОРИСА ГРІНЧЕНКА

Сіранчук Наталія Миколаївна
доктор педагогічних наук, професор кафедри початкової освіти,
Київський університет імені Бориса Грінченка
e-mail: syranchuknata@gmail.com
ORCID ID: *0000-0003-0472-5861*

Прошкуратова Тамара Сергіївна
Герой України, доцент кафедри початкової освіти,
Київський університет імені Бориса Грінченка
e-mail: t.proshkuratova@kubg.edu.ua
ORCID ID: 0000-0003-3983-2499

У статті висвітлено позитивні практики роботи лабораторії початкової освіти Київського університету імені Бориса Грінченка. Розкрито авторську методику роботи з активізації пізнавальної діяльності учнів на заняттях з математики в початковій школі. Встановлено, що великий потенціал для активізації розумової діяльності учнів, розвитку їхнього мислення криється у вивченні таблиць множення та ділення, розв'язуванні задач. Теоретично та практично обґрунтовано використання елементів теорії відношень на заняттях з математики в початковій школі. Визначено, що у формуванні математичних понять учнів початкових класів відношення відіграють істотну роль, бо вивчення математики щонайменше зводиться до вивчення відношень. Про це свідчить уже той факт, що кожний з трьох основних типів математичних структур (алгебраїчних, топологічних і структури порядку) визначається відповідними видами відношень. Вказано на існування відношень, які називаються «законом композиції», які однозначно визначають третій елемент як функцію двох перших. Визначено, що в початковій школі послуговуються бінарними відношеннями, тобто відношеннями між двома предметами, об'єктами. Розроблено методичні прийоми, які дозволяють використовувати унарні відношення, тобто властивості предметів, об'єктів деякої множини, а також тернарні відношення, тобто відношення між трьома елементами однієї множини, та інші.

Ключові слова: *пізнавальна діяльність, заняття з математики, таблиці множення, розв'язування задач, теорія відношень, бінарні відношення, унарні відношення, тернарні відношення.*

Постановка проблеми. Підвищення ефективності та якості освітньої роботи початкової школи – актуальна проблема збереження та реформування освіти України в умовах війни. На це спрямовує Закон України про освіту, Державний стандарт початкової освіти та інші нормативні державні документи. Реалізація завдань, поставлених перед освітянами, потребує насамперед постійного розвитку професійних навичок (hard skills), що неможливо без систематичної активізації пізнавальної діяльності здобувачів початкової освіти, вдосконалення методики подання знань учням.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Відомо, що головним напрямом у підвищенні ефективності освіти є активізація пізнавальної діяльності здобувачів цієї освіти й особливо її найвищої форми – мислення, виховання в них самостійності, формування вмінь і навичок самостійно здобувати знання. Цьому напряму методики навчання присвячено праці О. О. Біляковської , М. В. Богдановича, І. В. Зайченко, Л. В. Коваль, С. О. Скворцової [1; 2; 3; 4; 5].

Формулювання мети статті: окреслити позитивні практики математичної дидактики лабораторії початкової освіти Київського університету імені Бориса Грінченка. Розкрити авторську методику роботи з активізації пізнавальної діяльності учнів на заняттях математики в початковій школі.

Виклад основного матеріалу. Не випадково освітяни, які працюють творчо, максимально активізують розумову діяльність учнів на всіх етапах освіти. Звернімося до конкретних прикладів. На занятті математики в 1 класі (м. Київ) розглядаються випадки додавання і віднімання в межах 100, що ґрунтуються на десятковому складі чисел, тобто опрацьовуються вправи виду 50 + 6; 67-7. По-різному вивчають цю тему. Учитель може сам пояснити, як знайти суму чи різницю двох чисел, а можна піти іншим шляхом, як радять науково-педагогічні працівники лабораторії початкової освіти Київського університету імені Бориса Грінченка. Перед вивченням нового матеріалу варто провести велику підготовчу роботу, використовуючи наочний посібник – соробан або абакус. Відкласти на ньому 3 десятки та 7 одиниць і звернутися до класу із запитаннями: Яке число утворилося? (37). Схарактеризуйте це число. (37 – двоцифрове, складається з 3 десятків і 7 одиниць, містить 3 одиниці ІІ розряду і 7 одиниць І розряду, має тридцять і сім одиниць).

Потім аналогічно аналізується ряд інших двоцифрових чисел. Ці вправи дають змогу класоводові повторити з учнями десятковий склад числа і, таким чином, підготувати їх до активного сприймання нового матеріалу.

Після цього пропонуємо взяти дві монети – 10 і 5 копійок і знайти їх суму. Учні пояснюють: 10 + 5 = 15. Учитель запитує: Чим є тут число 15? (Сумою двох доданків). З чого складається ця сума? (З 10 і 5 одиниць) і пропонує за допомогою монет скласти два взаємно обернених приклади і прочитати їх. Учні повідомляють: «П’ятнадцять відняти п’ять, буде 10». – «Яку дію виконали, розв’язуючи цей приклад? (Від суми відняли другий доданок). Що вийшло? (Перший доданок). А тепер відніміть від суми перший доданок. (П’ятнадцять відняти десять буде п’ять). Що означає число 5? (Другий доданок)».

Аналогічна робота відбувається і з монетами 50 та 5 копійок. Підсумовуючи, вчитель говорить учням: «Ви швидко обчислювали за допомогою монет та абакусів. А тепер заберіть їх з парт. Адже неноситимете з собою абакуси чи монети, щоб лічити. Поміркуйте, чи не можна так само швидко обчислювати і без наочних посібників». Учні міркують, пропонують різні прийоми, але не знають, який з них правильний. Створюється певне інтелектуальне утруднення, яке діти не можуть подолати відомими їм способами. Потрібний новий спосіб для виконання поставленого завдання. У свідомості учнів виникає суперечність між наявними знаннями, їхнім досвідом і необхідними для відповіді на запитання новими відомостями. Ця суперечність збуджує думку учнів і становить її початок.

Відомо, що кожне запитання, кожне пізнавальне завдання активізує мислення здобувачів освіти, однак ступінь такої активності далеко не однаковий. Психологічними й дидактичними дослідженнями доведено, що думка найвища тоді, коли у свідомості учнів виникає суперечність між відомим і невідомим, між наявними знаннями і тими, які необхідні для виконання завдання. Чим яскравіша і гостріша ця суперечність, тим інтенсивніше працює думка здобувачів освіти.

Отже, спосіб обчислення суми і різниці їм невідомий. Але учні мають певні початкові знання, уміння і навички, щоб його знайти. Тому науково-педагогічні працівники лабораторії початкової освіти Київського університету імені Бориса Грінченка пропонують розв’язати кілька прикладів на додавання і віднімання. Аналізуючи їх, учні під керівництвом класовода самі «відкривають» новий для них спосіб дії. Наприклад: 40 + 3. «Як міркуватимете, розв’язуючи цей приклад? (У числі 40 є чотири десятки. До чотирьох десятків додати 3 одиниці, дістанемо число, яке складається з 4 десятків і 3 одиниць, або 43)». Або: 37 - 7. «Як варто міркувати для обчислення цієї різниці? (Число 37 складається з 3 десятків і 7 одиниць; якщо від нього відняти 7 одиниць, то залишиться 3 десятки, тобто 30)». Так роз’яснюється багато інших прикладів. На основі аналізу вчитель пропонує учням зробити висновок про те, як знайти суму і різницю двох чисел.

Як бачимо, вчитель не повідомив правило у готовому вигляді, а, спираючись на знання учнів десяткового складу чисел, спонукає їх самостійно виконувати відповідні вправи, що значно активізує пізнавальну діяльність учнів, розвиває їхнє математичне мислення. Пояснення процесу обчислення, що його вчитель постійно вимагає від дітей, сприяє розвитку грамотної математичної мови.

Сформований спосіб дій закріплюється на численних вправах з розв’язування прикладів і задач, які учні виконують за допомогою вчителя і самостійно. Спостерігаючи за діяльністю учнів на уроці, опитуючи їх на заняттях, ми впевнилися, що учні міцно засвоїли матеріал.

Однак, вивчаючи досвід роботи низки вчителів м. Київ й області, ми побачили, що далеко не всі вони дбають про розвиток пізнавальної самостійності учнів, не використовують щонайменше розкішні можливості щодо цього уроків математики. Причини? Їх багато. Частина класоводів (особливо початківців) не завжди правильно уявляє, в чому полягає розумова активність. До того ж, організувати на уроці активну розумову діяльність і вміло її скерувати не просто. Це потребує чимало часу для підготовки до занять і на самих уроках. Значно простіше і швидше для вчителя розповісти самому про той чи інший факт чи пояснити новий матеріал. Так дехто і робить. Наприклад, на уроці математики у 2 класі однієї з київських шкіл вивчається тема «Таблиця множення шести». Учитель пропонує учням знайти добутки таких множників: 6 • 1, 6 • 2, 6 • 3, 6 • 4, 6 • 5. Учні обчислюють їх, а класовод після цього репрезентує на мультимедійній дошці записи виразів: 6 • 6, 6 • 7, 6 • 8, 6 • 9, 6 • 10 і звертається до класу з пропозицією: «Поміркуйте, діти, як знайти добутки цих множників». Учні «зміркували», обчислили, і на цьому вивчення нового матеріалу закінчується. Вчителеві потрібно було всього 3 хвилини, щоб ознайомити з ним здобувачів освіти.

Зовсім по-іншому пропонують будувати заняття з цієї теми науково-педагогічні працівники лабораторії початкової освіти Київського університету імені Бориса Грінченка. Учні також знаходять добутки, записані на мультимедійній дошці: 5 • 5, 5 • 6, 5 • 7, 5 • 8, 5 • 9, 5 • 10. Але після обчислення вчитель ставить перед ними низку запитань. «Подумайте, чому таблиця множення 5 така коротка? (Тому що випадки множення 5 • 1, 5 • 2, 5 • 3, 5 • 4 вже вивчались у попередніх таблицях: 2 • 5, 3 • 5, 4 • 5. Отже, множення 5 починається з виразу 5 • 5). Так. Але таблиця множення 5 не тільки коротка, а ще й дуже цікава. Подивіться уважно і скажіть, чим вона цікава. (В ній результати кожного наступного прикладу збільшуються на 5. Тому легко їх знаходити. Усі добутки закінчуються або цифрою 5 або нулем)».

Тепер нагадуємо учням обчислити добуток таких чисел: 5 • 2, 5 • 4, 5 • 6, 5 • 8, 5 • 10 і звертає їхню увагу на множники. «Які це числа? (Парні). Які результати одержували? (Усі добутки закінчуються нулями). Який можна зробити висновок? (При множенні 5 на парне число в результаті виходить число, що закінчується нулем). А тепер обчисліть добутки таких чисел: 5 • 1, 5 • 3, 5 • 5, 5 • 7, 5 • 9. На які числа множили у цьому разі? (На непарні числа). Що можна сказати про результати? (Усі результати закінчуються цифрою 5). Який висновок з цього випливає? (При множенні 5 на непарне число в добутку дістаємо число, що закінчується п'ятіркою)».

Переваги другого уроку очевидні. Тут учні не тільки обчислювали добуток двох чисел, а на основі аналізу таблиці, власних спостережень над математичними викладками встановлювали певні математичні закономірності, які були для них щонайменше самостійно зробленим відкриттям. Запитання, пропоновані вчителем, створювали умови для цілеспрямованого пошуку. А це ще більше активізувало думку учнів, розширювало і поглиблювало їхні знання про таблицю множення 5.

Науково-педагогічні працівники лабораторії початкової освіти Київського університету імені Бориса Грінченка радять всіляко активізовувати розумову діяльність учнів на всіх етапах уроку, в процесі виконання різних дидактичних завдань.

Наприклад, у 1 класі під час вивчення теми «Додавання числа до суми» варто створювати ділову атмосферу на уроці: «А тепер абсолютна увага! Вивчатимемо нову і важливу тему». Потім переходимо до її розкриття: «Я запишу на дошці вираз, а ви прочитаєте його і скажете, як виконати дії: (2+3) +5». Учні уважно розглядають запис і повідомляють: «До суми чисел 2 і 3 додати 5». «Який порядок дій над цим виразом? (Спочатку виконали дії в дужках і обчислили суму 2 і 3). Чому дорівнює ця сума? (П'яти). Що треба зробити далі? (До 5 додати 5, вийде 10). Чи розв'язали приклад? (Так). Яку ж дію виконували, обчислюючи цей вираз? (Додавали до суми число). Чи можна знайти значення цього і подібних виразів іншим способом?».

Учні міркують, висловлюють різні припущення, але не знають, яке з них правильне. Їм не відомі інші способи для обчислення таких виразів. Знову – проблемна ситуація, отже, виникає потреба поповнити знання, збуджується інтерес до пошуку невідомих способів дій над математичними виразами.

«Давайте; разом підшукаємо ці способи, – пропонує вчитель і, викликавши до дошки трьох учнів, дає їм у руки картки, на яких намальовано великі червоні помідори: в Оленки – 2, у Мишка – 3, у Юлії –5. – Поміркуємо, як можна додати ці помідори. Ось до Мишка підійшла Оленка (учні стають поряд). Скільки в них стало помідорів? (П'ять). Тепер до них прибігла Юлечка зі своїми помідорами. (Ця учениця теж стає поряд). Скільки всього стало помідорів? (Десять). Чи можна обчислювати інакше? Адже до Оленки може спочатку підійти Юлечка (дівчатка стають поряд). Скільки помідорів стало в них? (Сім). А тепер прийшов Мишко і поклав свої помідори. (Хлопчик стає поряд з дівчатками). Скільки помідорів стало в дітей? (Десять). А могло бути ще інакше. Юля чомусь передумала першою підходити до Оленки і спочатку підійшла до Мишка (ці учні стають поряд). Скільки в них стало помідорів? (Вісім). Та слідом за Юлею до Мишка підійшла й Оленка і віддала до спільного столу свої помідори. Скільки всього помідорів стало у дітей? (Десять). Отже, ми розв'язали приклад трьома способами, а відповідь виходила та сама. Чому? (Від перестановки доданків сума не змінюється). А як записати всі три способи обчислення даного виразу? (Учитель за допомогою учнів відтворює на дошці такі записи;

І спосіб: (2+3)+5 = 5+5= 10.

ІІ спосіб: (2+3) + 5 = (2+5) + 3 = 7+3 = 10.

ІІІ спосіб: (2+3)+5= (3+.5)+2=8+2= 10).

Тепер зробіть висновок, як обчислювали вираз першим способом? (Треба до суми двох доданків додати число). Як розв'язували другим способом? (До першого доданка додати число, а до одержаного результату – другий доданок). Як розв'язували третім способом? (До другого доданка додати число, а до одержаного результату – перший доданок). Чи треба знати всі три способи додавання числа до суми? Так. Через кілька уроків розв'язуватимемо такі приклади, де доводитиметься добирати найраціональніший спосіб».

Вивчаючи властивість додавання числа до суми, багато вчителів за традицією самі пояснюють матеріал. У цьому разі пізнавальні можливості учнів обмежуються слуханням та запам'ятовуванням готового правила з наступним виконанням вправ за зразком. Науково-педагогічні працівники лабораторії початкової освіти Київського університету імені Бориса Грінченка, як бачимо, пропонують інший шлях. Ми не повідомляємо всіх трьох способів додавання числа до суми відразу в готовому вигляді, а, використовуючи елементи дидактичної гри, залучаємо учнів до активної розумової діяльності, до пошуку невідомих способів обчислення і записування виразів.

Завдяки такій методиці учні стали ніби відкривачами нової математичної закономірності, що активізувало всі процеси їхньої пізнавальної діяльності, особливо мислення, принесло задоволення, радість пізнання, забезпечило свідоме і міцне засвоєння знань.

Великі можливості для активізації розумової діяльності учнів, розвитку їхнього мислення криються у розв'язуванні задач. Наприклад у 1 класі опрацьовуємо задачу. Після виконання скороченого її запису класовод працює з дітьми, щоб вони усвідомили зміст задачі, докладно її аналізує:

«Про що йдеться в задачі? (Про книги). Де вони стояли? (На полицях). Скільки було полиць? (Три). Що говориться про першу полицю? (На ній стояло 28 книжок). А що відомо про другу полицю? (На другій полиці було 30 книжок). Скільки книжок стояло на третій полиці? (Це нам невідомо). Поміркуйте, які дані ми не згадали, аналізуючи задачу? (Не вказали, скільки всього було книжок). А скільки їх було? (Дев'яносто). Чи могли б ми розв'язати цю задачу, коли б це число було нам невідомим? (Ні, не змогли б). Чому? (Не знаючи, скільки було всього книжок, ми не змогли б визначити їх кількість на третій полиці). Отже, скільки всього було книжок у хлопчика? (Дев'яносто). Що означає це число? (Суму доданків). Скількох доданків? (Трьох). А скільки доданків нам відомо? (Два). Скільки невідомо? (Один). Як знайти невідомий доданок? (Від суми відняти відомий). Але ж у нас є два доданки. Як вчинити в такому випадку?».

Досі учні від суми віднімали один відомий доданок. І цей спосіб вони знають. Тепер перед ними постало нове завдання – відняти від суми два відомі доданки. Виконання його потребує нового способу дій, невідомого учням. Виникає проблемна ситуація, що підвищує інтерес до питання, примушує учнів активно міркувати, шукаючи новий спосіб віднімання від суми двох відомих доданків. І учні, підготовлені всім ходом попередніх міркувань, знаходять цей спосіб самостійно. «Треба спочатку додати відомі доданки: 30+28=58», – повідомляють вони, – «Що ми одержали? (Один загальний доданок). Що треба тепер зробити? (Від 90 відняти цей доданок)». Після цього учні самостійно записують розв'язання задачі.

Розглянемо приклад активізації пізнавальної діяльності учнів на заняттях математики в початковій школі на матеріалі елементів теорії відношень, що були розроблені і апробовані науково-педагогічними працівниками лабораторії початкової освіти Київського університету імені Бориса Грінченка.

Оскільки одним з провідних підходів перебудови навчання математики в початкових класах є компетентнісний підхід, який реалізується завдяки введенню деяких важливих понять сучасної математичної науки, зокрема – поняття множини і відношення. І це не випадково, адже з ними люди досить часто стикаються у житті. Наприклад, говорять про відношення *старшинства* серед військових, *більше (менше)* – серед чисел, *сумісності* – серед людей за групою крові, *паралельності, перпендикулярності, рівності, подібності* – серед геометричних фігур, *підпорядкування* слів – у реченні тощо.

У формуванні математичних понять учнів початкових класів відношення відіграють істотну роль, бо вивчення математики щонайменше зводиться до вивчення відношень. Про це свідчить уже той факт, що кожний з трьох основних типів математичних структур (алгебраїчних, топологічних і структури порядку) визначається відповідними видами відношень. Так, існують відношення, які називаються «законом композиції» і однозначно визначають третій елемент як функцію двох перших. Структура, визначена таким відношенням, називається алгебраїчною (наприклад, структура поля на множині дійсних чисел визначається двома «законами композиції»: додаванням і множенням).

Структури порядку визначаються бінарними відношеннями на даній множині, наприклад: $x \leq y$, x передує y, x міститься в y, x ділить y та ін. (у загальному випадку позначається $x\ R\ y$).

Топологічні структури визначаються складнішими відношеннями, в яких основними є поняття околу, границі і неперервності.

Поняття відношення між елементами однієї або двох множин ґрунтується на понятті впорядкованих пар елементів цих множин. Покажемо на конкретному прикладі, як можна утворювати такі пари.

Нехай дано дві множини A і B, які збігаються або не збігаються. Множина впорядкованих пар елементів, з яких перший належить множині A, а другий – множині B, називається добутком (декартовим) множин A і B і позначається $A \bullet B$. Наприклад, $A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Тоді $A \bullet B=\{(1, 1); (1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (2, 1); (2, 2); (2,3); (2, 4); (2, 5); (3, 1); (3, 2); (3, 3); (3, 4); (3, 5)\}$.

Серед цих пар вкажемо такі, в яких перший елемент більший від другого, тобто $R = \{(2, 1); (3, 1); (3, 2)\}$. Таким чином, ми встановили відношення *більше* між елементами двох заданих множин.

Відношення, якими оперують у початковій школі, бінарні, тобто відношення між двома предметами, об'єктами. А те, що натуральне число 3 лежить між числами 2 і 4, є прикладом тернарного відношення, тобто відношення між трьома елементами однієї множини. Можна говорити взагалі про n-арні відношення, які є природним узагальненням попередніх. Вони визначаються як множина впорядкованих n-

ок. Наприклад, рівняння $a_1 x_1 + a_2 x_2 + ... + a_n = 0$ визначає таке відношення між *n* дійсними числами $x_1, x_2, ..., x_n$.

Властивості предметів, об'єктів деякої множини також можна розглядати як відношення. Вони називаються унарними. Так, належність елемента до множини є унарне відношення. З іншого боку, бінарні, тернарні і взагалі *n*-арні відношення можна розглядати як властивості пар, трійок і взагалі *n*-ок елементів.

Відношення можна подати різними способами. Найпоширенішим з них є описовий, за якого вказується певна характеристична властивість, за допомогою якої можна відшукати всі пари елементів, що знаходяться у даному відношенні. У математиці відношення задають у вигляді пар елементів, таблиці чи за допомогою стрілок.

Покажемо це на кількох прикладах.

1. Микола, Валя, Іринка, Сашко, Таня вийшли працювати на пришкільну ділянку. Двом учням треба було ладнати огорожу, двом іншим обкопувати дерева і одному поливати квіти. Розподілити обов'язки між учнями.

Для цього встановимо відповідність між елементами двох множин – множиною обов'язків {о, д, к} і множиною учнів {М, В, І, С, Т}. Нехай ладнатимуть огорожу хлопчики – Микола і Сашко, а дівчатка – Валя та Іринка – обкопуватимуть дерева, Таня поливатиме квіти.

Розподіл обов'язків можна записати у вигляді пар елементів – перший – з множини обов'язків, другий – з множини учнів: {о, М}; {о, С}; {д, В}; {д, Я}; {к, Т}; або у вигляді таблиці 1, або за допомогою стрілок (рис. 1).

Таблиця 1

Розподіл обов'язків

О		Д		К
М	С	В	І	Т

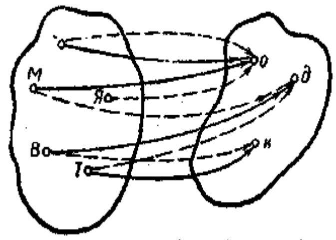


Рис 1. Розподіл обов'язків

Пунктирними лініями на рисунку подано ще один варіант розподілу обов'язків. З'єднуючи елементи цих множин іншим способом, дістанемо ще один можливий варіант розподілу обов'язків між учнями. Найдоцільнішим з них можна визнати перший, коли огорожу ладнали хлопчики, а дівчатка обкопували дерева і поливали квіти.

2. Між елементами множини Р={14, 0, 5, 20, 35} встановити відношення *менше.*

Розв'язання:

а) встановимо це відношення за допомогою пар відповідних чисел:
{0, 35}; {0, 20}; {0, 14}; {0, 5};
{5, 14}; {5, 20}; {5, 35};
{14, 20}; {14, 35};
{20, 35}, де перший елемент пари більший від другого;

б) подаємо відношення у вигляді таблиці:

Таблиця 2

Відношення *менше*

0	5	14	20
35 20 14 5	20 35 14	20 35	35

в) зобразимо відношення за допомогою стрілок (рис. 2).

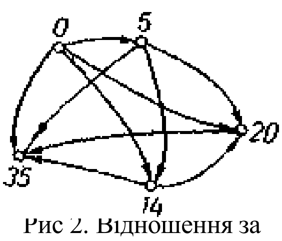


Рис 2. Відношення за допомогою стрілок

Розглянемо деякі властивості відношень.

Нехай маємо відношення: *А* однокласник *В.* Тоді і *В* однокласник *А.* У такому випадку відношення симетричне. Це ж саме можна сказати і про відношення *паралельності:* якщо пряма *АВ* паралельна прямій *CD,* то однаково, в якому порядку брати ці прямі, тобто пряма *CD* теж паралельна *АВ.*

Якщо *А* однокласник *В, а В* однокласник *С,* то *А* однокласник С. Це відношення *транзитивне.* Таким же буде відношення паралельності: якщо *АВ* паралельна *CD,* а *CD* паралельна *MN,* то *АВ* паралельна *MN.*

У тому випадку, коли *А є* однокласником *А* (тобто однокласник сам собі), відношення рефлективне. Або ж пряму *АВ* можна розглядати як пряму, паралельну собі. Отже, як відношення бути однокласником, так і відношення паралельності мають такі властивості: симетричність, транзитивність і рефлективність.

А от відношення *бути вищим* має інші властивості. Так, коли *А* вище *В,* то *В* не буде вище *А,* тобто це відношення *антисиметричне.* І неправильно говорити, що *А* вище *А,* тобто відношення антирефлективне, проте коли *А* вище *В, а В* вище *С,* то *А* вище *С,* тобто відношення *транзитивне.*

Аналогічні властивості має відношення *більше (менше)* у множині чисел.

Відношення *перпендикулярності* прямих на площині *симетричне,* бо якщо пряма *а* перпендикулярна до прямої *b,* то і пряма b перпендикулярна до прямої *а* (у символах: якщо $a \perp b$, то і $b \perp a$); *антитранзитивне,* бо з того, що пряма *а* перпендикулярна до прямої *b,* а пряма *b* перпендикулярна до прямої *с,* не випливає, що пряма *а* перпендикулярна до прямої *с,* а якраз навпаки – пряма *а* не перпендикулярна до прямої *с* (у символах: $a \perp b$, а $b \perp c$,та *а* не $\perp c$); *антирефлективне,* бо пряму не можна розглядати як таку, що перпендикулярна сама собі, тобто *а* не $\perp a$.

Як бачимо, різні відношення – це певні умови, що дають змогу серед елементів даної множини виділити такі, для яких характерні ті або інші з розглянутих властивостей.

На основі цих властивостей розглянемо два найважливіші для учнів початкових класів види відношень.

Відношення еквівалентності.

Умову, що дає змогу відрізняти серед елементів даної множини ті, для яких характерні властивості транзитивності, симетричності і рефлективності, називають відношенням еквівалентності. Так, відношення *бути однокласником, паралельності прямих* – приклади відношення еквівалентності. Їх елементи називаються еквівалентними. Нехай *А* – множина, в якій визначено відношення еквівалентності. Підмножину елементів, еквівалентних якомусь елементу *а,* називають класом еквівалентності: всі елементи цього класу еквівалентні між собою (за властивістю тразитивності) і будь-який елемент *b* із множини *А* знаходиться тільки в одному з класів (покладаючи, що *b* може бути єдиним елементом класу, якщо елементів, еквівалентних йому, не існує). У такому разі *А* стає об'єднанням класів еквівалентності, що не перетинаються. Отже, відношення еквівалентності в множині *А* визначає на *А* розбиття на класи еквівалентності. Множину таких класів називають *фактор-множиною* множини *А* по відношенню до еквівалентності *R*. Кожний клас еквівалентності визначається одним із його елементів.

Розглянемо приклади.

1. Подільність натуральних чисел на 3 дає розбиття множини натуральних чисел на 3 класи еквівалентності залежно від одержаної остачі при діленні кожного натурального числа на 3, *а* саме: $3k$ – це всі натуральні числа, що при діленні на 3 дають в остачі 0; $(3k+1)$ – всі ті натуральні числа, що при діленні на 3 дають в остачі 1; $(3k+2)$ – всі ті натуральні числа, що при діленні на 3 дають в остачі 2.

Розглядаючи подільність натуральних чисел на 2, матимемо два класи еквівалентності: парні і непарні числа.

Раніше ми показали, що відношення паралельності рефлективне, симетричне і транзитивне, тобто це відношення еквівалентності. Справді, множину прямих евклідової площини можна розбити на класи еквівалентності за напрямом.

А ось іще приклад розбиття множини на класи еквівалентності: *М* – множина всіх учнів якоїсь школи; школа розбита на класи, які, звичайно, не перетинаються, і будь-який учень кожного класу може бути представником відповідного класу.

Відношення порядку.

Зіставляючи події в часі, кажуть, що одна подія відбувалася раніше від другої, пізніше або одночасно.

Подивимось, які властивості має відношення *раніше.*

1) Це відношення нерефлективне, бо подія не може відбуватися раніше, ніж вона відбулась.

2) Це відношення несиметричне, бо коли подія *а* відбувалась раніше від події *в,* то подія *в* не може відбуватися раніше від події *а.*

3) Якщо подія *а* відбувалась раніше від події *b,* а подія *b* раніше від події *с,* то подія *а* відбувалась раніше від події *с,* тобто це відношення має властивість транзитивності.

Всяке відношення, яке має властивості нерефлективності, несиметричності і транзитивності, називається відношенням порядку. Таким є, наприклад, відношення *менше* між числами або відношення строгого включення всіх підмножин *Р* множини *М* у цю множину.

Розрізняють такі види відношень порядку:

а) відношення строгого порядку, для якого характерними є властивості нерефлективності, несиметричності і транзитивності;

б) відношення нестрогого порядку, яке рефлективне, антисиметричне і транзитивне.

Так, відношення *менше (більше)* в множині дійсних чисел є відношенням строгого порядку: воно нерефлективне, бо 5<5 неправильна нерівність; несиметричне, бо коли 4>3, то нерівність 3>4 неправильна; але це відношення транзитивне, оскільки справджуються такі нерівності: якщо 5>4, 4>3, то 5>3.

А от відношення *менше або дорівнює (більше або дорівнює)* є відношенням нестрогого порядку: воно рефлективне (5≥5); антисиметричне, бо якщо правильна нерівність a≥b, то нерівність b≥a для всіх значень *a* і b *,* відмінних від значення *a*=b*,* невірна; і, нарешті, транзитивне.

Тому відношенням порядку можна називати будь-яке відношення, що має властивості транзитивності і антисиметричності. Множину, для елементів якої можна визначити відношення порядку, називають впорядкованою цим відношенням.

Якщо відношення впорядкування виконується не для всіх елементів множини, то множину називають частково впорядкованою цим відношенням.

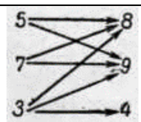
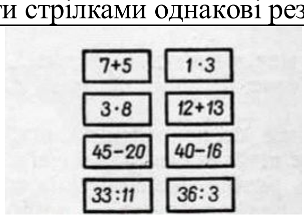
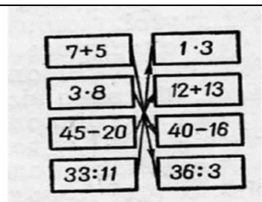
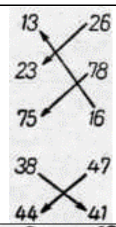
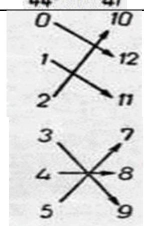
Наприклад, множина натуральних чисел, впорядкована за правилом кратності чисел числу 3, частково впорядкована, бо числа 33 і 35 з цього погляду не порівнювані: 35 не ділиться на 3.

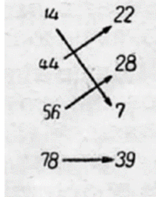
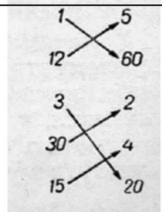
У математиці в початкових класах вивчають такі бінарні відношення між елементами множини, як *більше, менше, дорівнює, більше або дорівнює, менше або дорівнює, більше на..., більше в... раз, ділиться без остачі на..., є дільником, становить частину, іде за, передує* і таке ін.

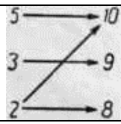
З метою більшої конкретизації цих бінарних відношень доцільно розглянути з учнями вправи (тести на знаходження відповідності) подані у таблиці 2.

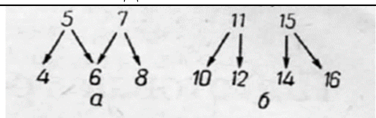
Таблиця 3

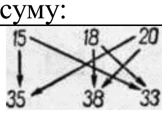
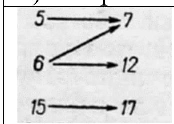
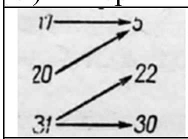
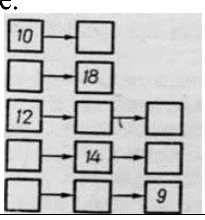
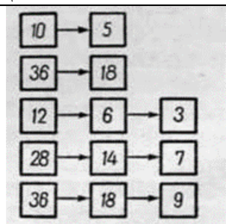
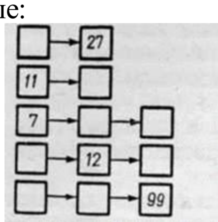
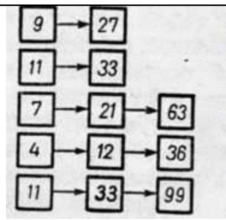
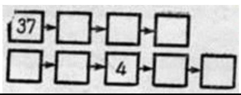
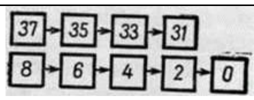
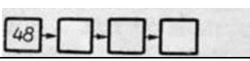
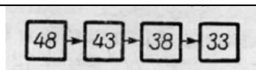
Завдання на засвоєння бінарних відношень та відповіді до них

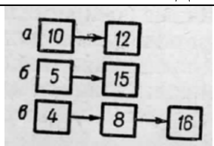
Завдання	Відповідь
1) Від чисел першого стовпчика провести стрілки до чисел другого стовпчика, які більші за кожне з цих чисел:	
5 8 7 9 3 4	
2) Від чисел першого рядка провести стрілки до чисел другого рядка, які менші за кожне з цих чисел:	
17 10 3 0 15 8	
3) Сполучити стрілками однакові результати дій:	
	
4) Сполучити стрілками числа:	
а) різниця яких становить 3: 13 26 23 78 75 16 38 47 44 41	
б) сума яких становить 12: 0 10 1 12 2 11 3 7 4 8 5 9	

<table>
<tr><td>в) частка яких становить 2:
14 22
44 28
56 7
78 39</td><td></td></tr>
<tr><td>г) добуток яких становить 60:
1 5
12 60
3 2
30 4
15 20</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">5) Від кожного числа провести стрілки до тих чисел, які діляться на нього:</td></tr>
<tr><td>5; 3; 2;

10; 9; 8.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">6) Від кожного числа провести стрілки до чисел, між якими воно знаходиться:</td></tr>
<tr><td>а) 4, 5, 6, 7, 8;

б) 10, 11, 12, 14, 15, 16</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">7) Від кожної пари чисел провести стрілки до числа, що становить їх суму:</td></tr>
<tr><td>15; 18; 20;

35; 38; 33.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Обернені задачі.
8) Порівняти числа, з'єднані стрілками:</td></tr>
<tr><td></td><td>5< 7
6< 7
6 < 12
15 < 17</td></tr>
<tr><td colspan="2">9) Порівняти числа, з'єднані стрілками:</td></tr>
<tr><td></td><td>17 > 5
20 > 5
31 > 22
31 > 30</td></tr>
<tr><td colspan="2">10) Порожні квадратики заповнити так, щоб числа були у даному відношенні:</td></tr>
<tr><td>а) у 2 рази більше:
</td><td></td></tr>
<tr><td>б) у 3 рази менше:
</td><td></td></tr>
<tr><td>в) більше на 2 :
</td><td></td></tr>
<tr><td>г) менше на 5:
</td><td></td></tr>
</table>

11) У якому відношенні знаходяться числа:	
	а) Менше на 2. б) Менше у 3 рази. в) Менше у 2 рази.

Висновки. Аналіз наведених фрагментів уроків переконує, що варто не давати учням знань у готовому вигляді. За допомогою запитань, постановки пізнавальних завдань вони спонукають їх брати активну участь у здобуванні знань. Відбувається спільний колективний пошук істини, в якому беруть участь і учні, і вчитель разом. Усе це активізує процес пізнавальної діяльності учнів, особливо вищу її форму – розумову, сприяє розвитку в учнів самостійності мислення, що є найважливішою метою навчання. Крім того, висока розумова активність учнів у процесі оволодіння знаннями позитивно впливає на їх якість. Про це свідчить проведена нами перевірка на різних етапах уроку в процесі вивчення різних програмових тем. Знання, у здобуванні яких учні брали безпосередню активну участь, значно глибші і міцніші, вони стають основою учням для вироблення власних поглядів на речі, тобто набувають статусу переконань, утворюють фундамент наукового світогляду.

Власні погляди, переконання не можна набути шляхом заучування тих або інших положень, хоча б і правильних. Вони виробляються в результаті серйозної, важкої, величезної праці, в результаті критичного мислення над одержаними знаннями. До того ж самостійне пізнання – «відкриття» – дає людині радість, задоволення від власної компетентності, від усвідомлення своїх можливостей, мотивує до оволодіння новими знаннями. А це за умов бурхливого розвитку наукової інформації проблема не лише дидактична, а й соціальна. Навички самостійного мислення, сформовані в школі, на уроках, уміння самостійно здобувати знання стають тією основою, на якій згодом у житті відбуватиметься самоосвіта, формуватиметься вміння самостійно критично осмислювати прочитане.

Отже, варто якнайширше залучати учнів до самостійної пізнавальної діяльності, активізуючи їхню думку, спрямовуючи на глибоке усвідомлення матеріалу. Тому, готуючись до уроку, вчитель щоразу має точно окреслити, коло тих знань, які учні зможуть опанувати самостійно під його керівництвом, і що варто дати їм у готовому вигляді для свідомого заучування.

Глибоко вдячні за апробацію висвітленого дослідження дирекції та педагогічним колективам: СЗШ № 128 та СЗШ № 141 м. Київ, Рівненському ліцею № 15 Рівненської міської ради м. Рівне. Висловлюємо подяку науково-педагогічному колективу кафедри початкової освіти Київського університету імені Бориса Грінченка та її керівнику кандидату педагогічних наук, доценту Бондаренку Геннадію Леонідовичу за активне обговорення інноваційних методик навчання математики в початковій школі.

Список використаної літератури

1. Біляковська О. О., Мищишин І. Я., Цюра С. Б. Дидактика вищої школи : навчальний посібник. Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2013. 360 с.
2. Богданович М. В. Методика викладання математики в початкових класах : навчальний посібник. Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2006. 336 с.
3. Зайченко І. В. Педагогіка і методика навчання у вищій школі : підручник. Київ : Видавництво Ліра-К, 2018. 512 с.
4. Коваль Л. В. Професійна підготовка майбутніх учителів у контексті розвитку початкової освіти: технологічний підхід : монографія. Донецьк : ЛОНДОН-ХХІ, 2011. 330 с.
5. Скворцова С. О. Методика навчання математики: теорія і практика. Харків : ЧП «Принт-Лідер», 2011. 414 с.

DEVELOPING THE COGNITIVE ACTIVITY OF PUPILS IN MATHEMATICS CLASSES IN PRIMARY SCHOOL: THE WORK EXPERIENCE OF THE PRIMARY EDUCATION LABORATORY OF BORYS GRINCHENKO KYIV UNIVERSITY

Siranchuk Nataliia
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor of the Department of Primary Education
Borys Grinchenko Kyiv University
Proshkuratova Tamara
Hero of Ukraine, Associate Professor of the Department of Primary Education,
Borys Grinchenko Kyiv University

Introduction. *The article highlights the positive practices of the laboratory of primary education at Borys Grinchenko Kyiv University. The author's method of work on developing the cognitive activity of pupils in classes* *of mathematics in elementary school was disclosed. It is established that great potential for developing of mental activity of pupils, developing their thinking lies in studying tables of multiplication and division, solving problems.*

Recent studies review. It is known that the main direction in improving the efficiency of education is developing the cognitive activity of the applicants for this education and especially its highest form – thinking, teaching their independence, forming skills to independently acquire knowledge. This direction of teaching methods is depicted in the works of A. Belyakovs'ka , M. Bohdanovych I. Zaychenko, L. Koval ., S. Skvortsova. etc.

Purpose. *To outline the positive practices of mathematical didactics of the primary education laboratory of Borys Grinchenko Kyiv University. To reveal the author's method of work to activate the cognitive activity of students in mathematics classes in elementary school.*

Results. *Theoretically and practically justified the use of elements of relation theory in mathematics classes in elementary school was justified. It was determined that in forming the mathematical concepts of primary school relations play a significant role, because the study of mathematics at least boils down to the study of relations. This was evidenced by the fact that each of three main types of mathematical structures (algebraic, topological and order structures) was determined by the corresponding types of relations. The existence of relations called the «law of composition» was indicated, which uniquely define the third element as a function of the first ones.*

It was determined that in elementary school they use binary relations, that is, relations between two objects. Methodical techniques were developed that allow the use of unary relations, that is, properties of objects, objects of some set, as well as ternary relations, that is, relations between three elements of one set and others.

Analysis of the given fragments of lessons makes it clear that students should not be given knowledge in a ready-made form. By asking questions, giving cognitive tasks, teachers encourage them to actively participate in learning. There is a joint collective search for truth, in which both students and teachers participate together. All this develops the process of cognitive activity of students, especially its highest form - mental, promotes the development of pupils' independent thinking, which is the most important goal of learning. In addition, the high level of mental activity of students in the learning process has a positive impact on their quality. This was evidenced by our testing at different stages of the lesson in the study of different programme topics. Knowledge, in which students were directly involved, much deeper and stronger, becomes the basis for students to develop their own views on things, that is, acquire the status of belief, form the basis of the scientific outlook.

It is impossible to acquire one's own views and beliefs by memorizing these or other provisions, even if they are correct. They are produced as a result of serious, hard, huge labour, as a result of critical thinking over the acquired knowledge. In addition, independent cognition – «discovery» – gives a person joy, pleasure from their own competence, from awareness of their capabilities, motivates to mastering new knowledge. And this takes place in the context of the rapid development of scientific information, the problem is not only didactic, but also social. The skills of independent thinking, formed in school, in the classroom, the ability to independently acquire knowledge become the basis on which later in life the self-education, the ability to independently think critically will procede.

Conclusion. *Pupils should be encouraged to become more involved in self-learning activities by stimulating their opinions and directing them to deep understanding. Therefore, when preparing for the lesson, the teacher should each time determine precisely the range of knowledge that students can master independently under his guidance, and that should be given to them in ready form for conscious learning.*

Key words: *cognitive activity, mathematics classes, multiplication tables, problem solving, relation theory, binary relations, unary relations, ternary relations.*

References

1. Bilyakovs'ka A.A., Mishchishin I.Ya., Tsyura S.B. (2013). *Dydaktyka vyshchoi shkoly: navchalnyi posibnyk. [Didactics of Higher School: Textbook]*. Lviv: Ivan Franko LNU, 360. [in Ukrainian].
2. Bohdanovich M.V. (2006). *Metodyka vykladanya matematyky v pochatkovykh klasakh: navchalnyi posibnyk. [Methods of teaching mathematics in elementary grades: textbook]*. Ternopil: Educational book - Bohdan, 336 . [in Ukrainian].
3. Zaychenko I.V. (2018). *Pedahohika i metodyka navchannya u vyshchiy shkoli: pidruchnyk. [Pedagogy and methods of teaching in higher education: textbook]*. Kyiv: Lira-K Publishing House, 512 **.** [in Ukrainian].
4. Koval L.V. (2011) *Profesiyna pidhotovka maybutnikh uchyteliv u konteksti rozvytku pochatkovoyi osvity: tekhnolohichnyi pidkhid : monohrafiia. [Professional training of future teachers in the context of primary education development: technological approach: monograph.]* Donetsk: LONDON-XXI, 330. [in Ukrainian].
5. Skvortsova S.A. (2011). *Metodyka navchannya matematyky: teoriya i praktyka. [Methods of teaching mathematics: theory and practice]*. Kharkiv: CHP «Print-Leader,» 414. [in Ukrainian].

Отримано редакцією 28.08.2023 р.