Фізична газета, №№ 11-12, 2013.
Олімпіади

Ірина Іванівна Задніпрянець,
методист НМЦ природничо-математичної освіти
Київського університету імені Бориса Грінченка
(підбір завдань, переклад українською,
комп'ютерний набір)

ІІ етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики
м. Київ, 2013
7 клас

Задача 1

Дівчинка зібралась приїхати на велосипеді до бабусі у полудень. Перший раз вона поїхала зі швидкістю 10 км/год і запізнилась на 1 годину. Вдруге вона рухалась зі швидкістю 15 км/год і приїхала на 1 годину раніше. З якою швидкістю дівчинка їхала в третій раз, коли вона дісталась до бабусі вчасно?

Розв'язування

Уявимо, що дві дівчинки виїхали одночасно зі швидкостями 10 км/год і 15 км/год. Тоді з умови випливає, що в полудень перша ще не доїхала до бабусі 10 км, а друга (якщо буде рухатись із сталою швидкістю) опиниться на 15 км далі від бабусиної хатинки. Таким чином, відстань між дівчинками в полудень буде рівною 25 км. Відмітимо також, що друга дівчинка кожну годину випереджала першу на 5 км. Отже, вони вирушили до бабусі за 5 годин до полудня. Відстань можна визначити, знаючи швидкість, наприклад, першої дівчинки – 10 км/год і час її руху – 6 годин (адже вона запізнилась на 1 годину). Отже, щоб доїхати вчасно, дівчинка повинна 60 км проїхати за 5 годин, тобто рухатись зі швидкістю 12 км/год.

Задача 2

Відомо, що після того, як з каністри об'ємом 8л вилили всю воду, в ній залишилось 2,4 мл води у вигляді крапель на стінках. Потім каністру щільно закрили кришкою та поставили на сонце. Як результат, вся вода всередині каністри випарувалася. Визначити густину газу, що утворився в каністрі, якщо первісна густина повітря дорівнює 1,2 кг/м^3.

Розв'язування

Шукана густина газу буде дорівнювати:

$$\rho = \frac{m_{пари} + m_{пов}}{V}.$$

Відповідно маємо:

$$m_{пари} = m_{води} = \rho_{води} V_{води},$$

$$m_{пов} = \rho_{пов} V.$$

Переведемо одиниці вимірювання:

2,4 мл = 2,4 см^3

8 л = 0,008 м^3 = 8000 см^3

Розрахуємо маси пари та повітря:

$m_{пари}$= 1 г/см^3 · 2,4 см^3 = 2,4 г

$m_{пов}$ = 1,2 кг/м^3 · 0,008 м^3 = 0,0096 кг = 9,6 г.

Визначимо густину газу, що утворився в каністрі

$\rho = \frac{9{,}6\ г + 2{,}4\ г}{8000\ см^3} = 0{,}0015 \frac{г}{см^3} == 1{,}5 \frac{кг}{м^3}$.

Задача 3

У ртутному термометрі Фаренгейта інтервал між температурами танення льоду 32^0 F = 0^{0}C та кипіння води 212^0 F = 100^{0}C розділений не на 100 поділок, як у термометрі Цельсія, а на 180. Якою буде нормальна температура тіла 36,6^0 C за термометром Фаренгейта?

Розв'язування

Оскільки 32^0 F = 0^{0}C та 212^0 F = 100^{0}C, то різниця температур між таненням льоду і кипінням води дорівнюватиме:

Δt = 212^0 F – 32^0 F = 180^0 F.

Тоді одна поділка кожного з термометрів буде рівною 1^0 C = 1,8^0 F.

Отже, температура тіла дорівнюватиме

36,6^0 C = 36,6·1,8^0 F + 32^0 F = 97,88^0 F.

Задача 4

Школярі були на екскурсії и повертались до Києва на автобусах, які рухались зі швидкістю 70 км/год. Почався дощ, і водії зменшили швидкість до 60 км/год. Коли дощ закінчився, до Києва залишалось 40 км. Автобуси поїхали зі швидкістю 75 км/год і в'їхали до міста у точно запланований час. Скільки часу йшов дощ? Чому дорівнює середня швидкість автобуса? Примітка. Автобуси протягом усього шляху не зупинялись.

Розв'язування

Середня швидкість автобуса – це відношення всього шляху до витраченого часу. Оскільки відстань від місця екскурсії до Києва через дощ не змінилась, і час, проведений школярами в автобусі, також не змінився (тому що автобуси прибули до Києва у точно запланований час), то середня швидкість співпадає з початковою швидкістю – 70 км/год.

Нехай дощ йшов протягом часу t. Тоді шлях, що був пройдений за цей час, дорівнює $\upsilon_2 t$. Час, протягом якого після дощу автобуси проїхали відстань, що залишилась, дорівнює S/υ_3. Зрозуміло, що час, витрачений автобусами з моменту початку дощу до прибуття в Київ, повинен бути рівним часу, що необхідний для подолання тієї самої відстані з початковою швидкістю υ_1:

$$t + \frac{S}{\vartheta_3} = \frac{\vartheta_2 t + S}{\vartheta_1}.$$

Звідси знаходимо час, протягом якого тривав дощ:

$$t = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_1 - \vartheta_2}\left(\frac{S}{\vartheta_1} - \frac{S}{\vartheta_3}\right) = \frac{S(\vartheta_3 - \vartheta_1)}{\vartheta_3(\vartheta_1 - \vartheta_2)} = 16\ хв$$

Задача 5 (умовний експеримент)

Маємо відро сухого піску, відро води та мензурку. Запропонувати спосіб знаходження власного об’єму піщинок у відрі з сухим піском.

Розв’язування

Будемо наливати воду у відро сухого піску до появи води на поверхні, тобто до тих пір, поки вода не заповнить всі пустоти, і не більше. Об’єм води, що наливаємо, будемо вимірювати мензуркою.

Робимо висновок – об’єм пустот в сухому піску дорівнює об’єму води, що їх заповнює. Враховуємо, що вода не стискається.

Воду, що залишилась у відрі, вичерпаємо до дна мензуркою, вимірявши її об’єм. Це й буде власний об’єм піску у відрі.

8 клас

Задача 1

Школярі були на екскурсії и повертались додому на автобусах. Автобуси рухались зі швидкістю 70 км/год. Почався дощ, і водії зменшили швидкість до 50 км/год. Коли дощ закінчився, автобуси знову поїхали зі швидкістю 70 км/год і приїхали до Києва на 10 хвилин пізніше запланованого часу. Скільки часу йшов дощ?

Розв’язування

Зробимо малюнок, та введемо на ньому позначення Е – місце екскурсії, К – Київ, АВ – ділянка, яку автобуси проїхали під дощем за шуканий час t; АС – ділянка, яку проїхали б автобуси за той самий час t, якби не було дощу.

Зрозуміло, що ВС = АС – АВ = $(\upsilon_1 - \upsilon_2)t$.

З іншого боку, автобус пройшов шлях ЕА + АВ + СК за той самий час, за який було заплановано пройти весь шлях ЕК. Отже, ВС = $\upsilon_1 \Delta t$, де Δt = 10 хвилин – час, на який запізнилися автобуси.

Прирівнюючи отримані вирази, маємо:

$$(\vartheta_1 - \vartheta_2)t = \vartheta_1 \Delta t,$$

Звідки

$$t = \frac{\vartheta_1 \Delta t}{(\vartheta_1 - \vartheta_2)} = 35\text{хв.}$$

Задача 2

Три танки одночасно виїхали з військової частини А до полігону В. Танки рухались однією дорогою, швидкість кожного з них була сталою: швидкість першого – 30 км/год, швидкість другого – 20 км/год. Перший танк приїхав на полігон о 19.00, другий танк – що 20.00, третій танк – о 21.00. Визначити, з якою швидкістю рухався третій танк.

Розв’язування

Позначимо швидкості танків υ_1, υ_2 та υ_3 відповідно, відстань від частини А до полігону В через *L*. Тоді, виходячи з умови можна записати:

$$\frac{L}{\vartheta_2} - \frac{L}{\vartheta_1} = t = 1\text{год}, \quad \frac{L}{\vartheta_3} - \frac{L}{\vartheta_2} = t = 1\text{год}.$$

Тоді маємо:

$$\frac{L}{\vartheta_3} - \frac{L}{\vartheta_2} = t = \frac{L(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{\vartheta_1 \vartheta_2},$$

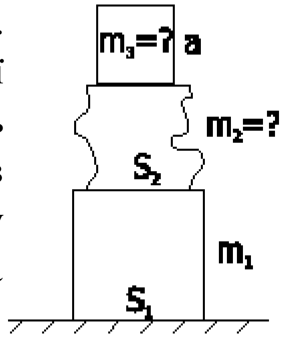
$$\frac{L}{\vartheta_3} = \frac{L(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{\vartheta_1 \vartheta_2} + \frac{L}{\vartheta_2},$$

Звідки отримаємо

$$\vartheta_3 = \frac{\vartheta_1 \vartheta_2}{2\vartheta_1 - \vartheta_2} = 15\frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

Задача 3

На столі стоїть кубик, площа грані якого дорівнює S_1 = 25 см^2. Його маса рівна m_1 = 90 г. На нього ставлять тіло неправильної форми, площа контакту якого з кубиком S_2 = 16 см^2. Зверху ставлять ще один кубик з бічною a = 3 см. Площа контакту цього кубика з тілом неправильної форми дорівнює 9 см^2. Відомо, що всі тиски у місцях торкання тіл (та зі столом) рівні. Визначити масу тіла неправильної форми та верхнього кубика.



Розв'язування

Запишемо умову рівності тисків, що верхній кубик створює на середнє тіло, та тиску, який два верхніх тіла створюють на нижній кубик:

$$\frac{m_3}{S_3} = \frac{m_2 + m_3}{S_2}.$$

Також запишемо умови рівності тисків між всією конструкцією та столом і тиском, який два верхніх тіла створюють на нижній кубик:

$$\frac{m_2 + m_3}{S_2} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{S_1}.$$

З цього рівняння легко знайти , що

$$m_2 + m_3 = \frac{m_1}{\left(\frac{S_1}{S_2} - 1\right)} = \frac{m_1 S_2}{S_1 - S_2}.$$

Підставимо цей вираз у перше рівняння:

$$m_3 = \frac{m_1 S_3}{S_1 - S_2} = m_1 = 90\,\text{г}.$$

В останньому рівнянні використаний чисельний зв'язок площ, тобто

$$S_3 + S_2 = S_1.$$

Тепер знайдемо m_2:

$$m_2 = \frac{m_1 S_2}{S_1 - S_2} - m_1 = \frac{2S_2 - S_1}{S_2 - S_1} m = 70\text{г}.$$

Задача 4

До дна склянки площею 40 см^2 (діаметром приблизно 7 см) приморожений льодовий кубик з довжиною ребра 4 см. Склянку заливають теплою водою таким чином, що вона повністю вкриває кубик. Як зміниться рівень води в склянці після того, як кубик спливе та розтане? Густина води 1 г/см^3, густина льоду 0,9 г/см^3.

Розв'язування

Об'єм води після танення кубика буде рівний:

$$V = V_в + V_{вл} = S \cdot x,$$

де $V_в$ – об'єм води, $V_{вл}$ – об'єм води після танення льоду, x – шуканий рівень води після танення льоду. Звідси маємо:

$$x = \frac{V_в + V_{вл}}{S}.$$

Очевидно, що $V_в = S \cdot a - a^3$.

Для визначення $V_{вл}$ скористуємось умовою збереження маси кубика у стані льоду та у стані води:

$$m = \rho_л \cdot a^3 = \rho_в \cdot V_{вл},$$

звідки $V_{вл} = \frac{\rho_л \cdot a^3}{\rho_в}$.

Тоді отримаємо:

$$x = \frac{S \cdot a - a^3 + \dfrac{\rho_л \cdot a^3}{\rho_в}}{S} = \left(1 - \frac{a^2}{S} \cdot \left(1 - \frac{\rho_л}{\rho_в}\right)\right) = 2{,}4 \text{ см.}$$

Задача 5 (умовний експеримент)

На піщаному пляжі, маючи дві мензурки та воду, запропонувати спосіб визначення долі пустот в сухому піску.

Розв'язування

1 спосіб

Воду не можна стиснути. Об'єм пустот у піску дорівнює об'єму води, що їх заповнює.

Наберемо повну мензурку води та повну мензурку піску. Будемо наливати воду в мензурку з піском до появи води на поверхні піску (поки всі пустоти не будуть заповнені).

Тоді доля власного об'єму піщинок в сухому піску дорівнює відношенню об'єму води, що залишилась у мензурці, до об'єму мензурки.

2 спосіб

Виллємо частину води з мензурки і будемо сипати сухий пісок в мензурку з водою тоді, доки вона знову не буде повною. Тоді доля власного об'єму пустот в сухому піску дорівнює відношенню об'єму відлитої води до об'єму насипаного піску.

9 клас

Задача 1

З пункту А в пункт В та з пункту В в пункт А на світанку одночасно вийшли назустріч один одному, рухаючись однією дорогою, два туристи. Рухаючись рівномірно, вони зустрілись у полудень, але не зупинились і продовжили свій шлях. Перший прийшов у п. В о 16 годині, а другий – о 21 годині вечора. О котрій годині в цей день настав світанок? Розв’язати задачу будь-яким з можливих способів.

Розв’язування

1 спосіб (арифметичний)

А $\quad$ ***x***→ $\quad$ **С** $\quad$ **4** $\quad$ **В**

9 $\quad$ ←***x***

Позначимо місце зустрічі туристів точкою С, а час від світанку до полудня через *x*. З умови відомо, що перший турист йшов від С до В 4 години, а другий – від С до А – 9 годин.

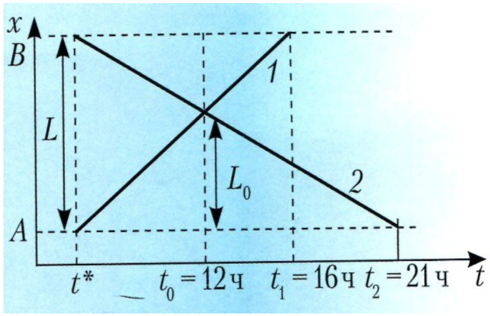
Оскільки перший турист рухався зі сталою швидкістю, його шлях пропорційний часу, тобто $\frac{AC}{CB} = \frac{t}{4}$. Аналогічно для другого туриста можна записати: $\frac{AC}{CB} = \frac{9}{t}$.

Тепер час легко визначити з пропорції $\frac{t}{4} = \frac{9}{t}$, тоді $t^2 = 36$, t = 6 год.

Вирахуємо з 12 год час руху t = 6 год до зустрічі, щоб визначити час світанку.

Відповідь: світанок настав о 6 год ранку.

2 спосіб (графічний)



Виділимо на графіку руху кожного туриста два подібних трикутники: великий, що відповідає всьому руху, і малий, що відповідає руху від моменту зустрічі. Для кожного туриста можна записати співвідношення подібності:

для першого $\frac{L}{L_0} = \frac{t_2 - t^*}{t_2 - t_0}$;

для другого $\frac{L}{L - L_0} = \frac{t_1 - t^*}{t_1 - t_0}$, звідки $1 - \frac{L_0}{L} = \frac{t_1 - t_0}{t_1 - t^*}$.

Виключивши відношення довжин шляхів з першого иа останнього співвідношення, та підставляючи значення часу в годинах, отримаємо квадратне рівняння, у якого додатнім коренем буде значення 6 год.

3 спосіб (алгебраїчний)

Нехай τ – час старту туристів; *L* – відстань від пунктів А і В, а *l* – відстань від А до місці зустрічі у полудень. Позначивши швидкості туристів 1 і 2 відповідно як *U* і υ, візьмемо до уваги, що другий турист пройшов до полудня таку саму відстань, як турист 1 після полудня:

$$(12-\tau)=\frac{L-l}{\vartheta} \text{ та } (16-12)=\frac{L-l}{U}. \quad (1)$$

З іншого боку, обидва пройшли однаковий шлях, кожний зі своєю швидкістю:

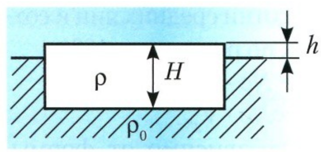
$$(16-\tau)=\frac{L}{U} \text{ та } (21-\tau)=\frac{L}{\vartheta}. \quad (2)$$

З рівнянь (1) і (2) маємо:

$$\frac{\vartheta}{U}=\frac{4}{12-\tau} \text{ та } \frac{\vartheta}{U}=\frac{16-\tau}{21-\tau}. \quad (3)$$

Складемо пропорцію

$$\frac{16-\tau}{21-\tau}=\frac{4}{12-\tau}. \quad (4)$$



Шукане квадратне рівняння має вигляд $\tau^2-24\tau+108=0$.

Маємо два додатні корені – 6 та 18. Оскільки 18 год – не підходить, то залишається відповідь: 6 годин.

Задача 2

На льодовику, що дрейфує, гідролог пробурив отвір для відбору проб води. Яку товщину має цей льодовик, якщо глибина від його верхньої поверхні до поверхні води у отворі дорівнює 0,5 м? Вважати, що густини льоду та води відповідно дорівнюють ρ_0 = 900 кг/м^3 та ρ = 1000 кг/м^3.

Розв'язування

Умову плавання льодовика можна записати через рівність модулів сили гравітаційного притягання та сили Архімеда:

$$mg=F_A.$$

Записавши цю умову через густини та об'єми, матимемо:

$$\rho_0 S(H-h)g=\rho SHg.$$

Звідси отримаємо товщину льодовика

$$H=\frac{h}{1-\frac{\rho}{\rho_0}}=\frac{0,5}{0,1}=5\text{м}.$$

Задача 3

У пляшці з-під шампуню залишилась невелика кількість рідини. Якою буде густина піни, що отримана після струсу пляшки, якщо відомо, що маса газу (повітря) складає частку α = 0,5 від маси всього вмісту. Густина газу $\rho_г$ = 1,3 г/л, густина рідини $\rho_р$ = 1100 г/л.

Розв'язування

Густину піни можна визначити як відношення маси суміші до її об'єму:

$$\rho=\frac{M}{V}=\frac{m_г+m_р}{V}.$$

Розглянемо це співвідношення з урахуванням густини речовин:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{\rho_г \cdot V_г + \rho_р \cdot V_р}{V_г + V_р}.$$

Розглянемо задану в задачі величину масової частки газу:

$$\alpha = \alpha_г = \frac{m_г}{m_г + m_р} = \frac{\rho_г V_г}{\rho_г V_г + \rho_р V_р}.$$

Очевидно, що масова частка рідини дорівнює

$$\alpha_р = 1 - \alpha = \frac{\rho_р V_р}{\rho_р V_р + \rho_г V_г}.$$

Задачу можна розв'язувати по-різному, але зручно розглянути величину, обернену до густини:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{V_г + V_р}{\rho_г V_г + \rho_р V_р} = \frac{V_г}{\rho_г V_г + \rho_р V_р} + \frac{V_р}{\rho_г V_г + \rho_р V_р}.$$

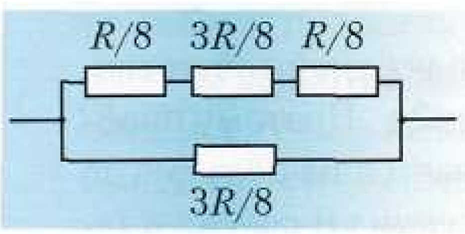
Звідси маємо:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{V_г \rho_г}{\rho_г(\rho_г V_г + \rho_р V_р)} + \frac{V_р \rho_р}{\rho_р(\rho_г V_г + \rho_р V_р)} = \frac{\alpha}{\rho_г} + \frac{1-\alpha}{\rho_р}.$$

Тоді в кінцевому варіанті маємо:

$$\rho = \frac{\rho_р \rho_г}{\rho_г + \alpha(\rho_р - \rho_г)} = \frac{1100 \cdot 1{,}3}{1{,}3 + \frac{1100}{2}} = 2{,}6 \left(\frac{г}{л}\right)$$

Отже, пляшка вщент наповнена газом і практично не містить рідини. Тому зрозуміло, чому так важко відмити її з-під шампуню. Головне – без струсу просто промити водою.



Задача 4

Дріт, що має опір R, згинають у вигляді прямокутника з відношенням боків 3:1. Знайдіть опір дроту, якщо в електричне коло він вмикається за дві сусідні вершини, між якими знаходиться довша сторона прямокутника.

Розв'язування

Очевидно, опір кожної довгої сторони дорівнює 3R/8, короткої – R/8. Еквівалентна схема увімкнення прямокутника в коло показана на рис. Опір верхньої ділянки дорівнює 5R/8. Повний опір кола *r* знайдемо з формули

$$\frac{1}{r} = \frac{8}{3R} + \frac{8}{5R} = \frac{64}{15R}.$$

Звідки повний опір

$$r = \frac{15R}{64}.$$

Задача 5 (умовний експеримент)

Всередині одної з двох ззовні однакових свинцевих кульок є порожнина. Як можна визначити об'єм порожнини, використовуючи обладнання: каструля з киплячою водою; калориметр, наповнений льодом при 0^0 С; мензурка; пінцет. Питома теплота плавлення льоду λ, густина свинцю $\rho_{св}$, питома теплоємність свинцю $c_{св}$, густина води $\rho_в$.

Розв'язування

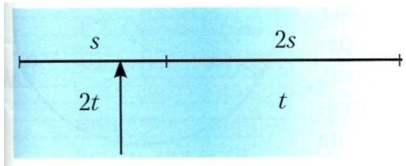
Нагріваємо обидві кульки у киплячій воді.

По черзі кладемо нагріті кульки в калориметр з льодом, а воду, що утворилася, виливаємо у мензурку для вимірювання її об'єму.

Кількість теплоти, що передається кульками, дорівнює:

$$Q_1 = cm\Delta t = \lambda m_1, \quad (1)$$

$$Q_2 = c(m - \Delta m)\Delta t = \lambda m_2. \quad (2)$$



За умовою – $\Delta t = 100^0$ C – 0^0 C = 100^0 C.

Тепер від рівняння (1) віднімемо рівняння (2):

$$c\Delta m\Delta t = \lambda(m_1 - m_2),$$

Звідки маємо

$\Delta m = \frac{\lambda(m_1 - m_2)}{c\Delta t}$ – нестача маси свинцю. Тоді

$$\Delta V = \frac{\Delta m}{\rho_{св}} = \frac{\lambda(m_1 - m_2)}{c_{св}\Delta t\rho_{св}}.$$

Отже, через об'єми, що визначаються в експерименті, матимемо:

$$\Delta V = \frac{\lambda\rho_в(V_1 - V_2)}{c_{св}\Delta t\rho_{св}}.$$

10 клас

Задача 1

Тіло, що рухалось прямолінійно, пройшло дві ділянки шляху, довжини яких відносяться як 1:2. Відповідно час руху на цих ділянках відноситься як 2:1. При цьому на кожній ділянці швидкість тіла була сталою. Визначити середню швидкість тіла за першу та другу половину повного часу руху, якщо швидкість тіла на першій ділянці шляху дорівнює υ.

Розв'язування

Нехай S – довжина першої ділянки шляху; t – час, витрачений на проходження другої ділянки. Оскільки повний час руху дорівнює 3t, то половина цього часу (1,5 t) закінчується, коли тіло проходить три чверті першої ділянки шляху (цей момент на рис. Відмічений стрілкою). А оскільки на всій першій ділянці тіло рухалось рівномірно, для середньої швидкості тіла за першу половину повного часу руху маємо:

$$\vartheta_{сер}^{(1)} = \frac{3S/4}{1{,}5t} = \frac{S}{2t} = \vartheta.$$

Для середньої швидкості тіла за другу половину повного часу руху маємо (за означенням середньої швидкості):

$$\vartheta_{\text{сер}}^{(2)} = \frac{2S + S/4}{3t/2} = \frac{3S}{2t} = 3\vartheta.$$

Задача 2

Три електричні лампочки потужністю: перша й друга – по 25 Вт, третя – 50 Вт, розраховані на напругу 110 В, необхідно увімкнути в коло з напругою 220 В таким чином, щоб кожна з них споживала встановлену потужність. Накресліть схему увімкнення лампочок та визначте силу струму в кожній з них.

Розв'язування

Для нормальної роботи ламп необхідно, щоб у лампах потужністю по 25 Вт протікав струм

$$\mathrm{I}_1 = \frac{N_1}{U_1} = \frac{25\ \text{Вт}}{110\ \text{В}} = 0{,}23\ \text{А},$$

а у лампі потужністю 50 Вт протікав струм

$$\mathrm{I}_3 = \frac{N_3}{U_3} = 0{,}46\ \text{А}.$$

Для цього потрібно лампи по 25 Вт з'єднати паралельно, а послідовно до них під'єднати третю лампу.

Задача 3 (див. задачу 3 в 9 кл.)

Задача 4

Дерев'яний та алюмінієвий циліндри однакового перерізу з'єднані торцями. Довжина дерев'яного циліндра $L_д$ = 20 см. Яку довжину повинен мати алюмінієвий циліндр, щоб під час плавання у воді циліндри встановлювались вертикально, причому верхня основа дерев'яного циліндра повинна знаходитись на відстані ΔL = 2,9 см вище за рівень води? Густина дерева $\rho_д$ = 0,6 г/см^3, густина води 1г/см^3, густина алюмінію $\rho_{ал}$ = 2,7 г/см^3.

Розв'язування

Під час плавання у воді циліндри встановлюються вертикально, якщо виконується перша умова рівноваги:

$$m_{\text{д}}g + m_{\text{ал}}g = F_{A\text{д}} + F_{A\text{ал}},$$

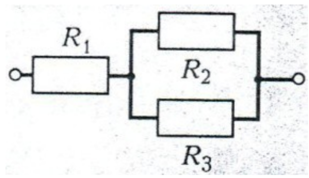
де $F_{A\text{д}}$ та $F_{A\text{ал}}$ – відповідно сили Архімеда, що діють на занурену частину з'єднаних циліндрів. Записавши маси через густини та об'єми і підставивши значення сили Архімеда, отримаємо

$$L_{\text{д}}S\rho_{\text{д}}g + L_{\text{ал}}S\rho_{\text{ал}}g = \rho_{\text{в}}(L_{\text{д}} - \Delta L)Sg + \rho_{\text{в}}L_{\text{ал}}Sg.$$

Після виконання розрахунків матимемо: $L_{ал}$ = 3 см.

Задача 5

На головній оптичній осі тонкої збиральної лінзи з фокусною відстанню 25см на відстані 150 см від лінзи розташовано точкове джерело світла. На яких відстанях від площини лінзи розташовані точки, з яких одночасно можна побачити і зображення джерела у лінзі, і саме джерело?



Розв'язування

За формулою тонкої лінзи зображення точкового джерела буде знаходитись на відстані 30 см від лінзи. Проведемо від джерела промені – за лінзу та після заломлення у лінзі (малюнок). Тоді визначається та область простору, з якої видно джерело світла (там, де воно не закрите лінзою), та область, з якої видно заломлені промені. Позначимо відстань від площини лінзи до «пунктиру» (це найближчі точки, що задовольняють умові), через *x*, тоді з побудови подібних трикутників маємо:

$$\frac{30}{x-30}=\frac{150}{150+x};\text{ тоді } x=75\text{ см.}$$

Відповідь: зображення джерела у лінзі та саме джерело можна побачити на відстані 75 см.

11 клас

Задача 1

На рисунку зображена ділянка кола постійного струму, що містить три резистори, опори яких невідомі. При цьому через резистор R_1 тече струм 1,6 А, а напруга на резисторі R_2 дорівнює 2 В. Знайдіть опір резистора R_3, якщо відомо, що він в n = 3 разів перевищує опір резистора R_2.

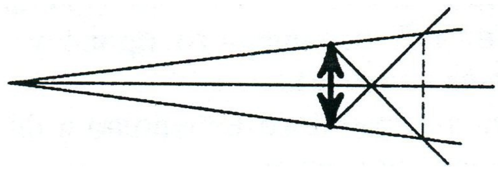
Розв'язування

Розглянемо малюнок, з'ясувавши, напрям струмів через резистори. Використовуючи закон Ома для ділянки кола, а також закони паралельного та послідовного з'єднання, запишемо відповідні співвідношення:

$$I_1=I_2+I_3;\ U_2=I_2R_2;\ U_3=I_3R_3;\ R_3=nR_2.$$

Розв'язуючи ці рівняння відносно R_3, отримаємо відповідь:

$$R_3=(n+1)\frac{U_2}{I_1}=5\text{ Ом.}$$

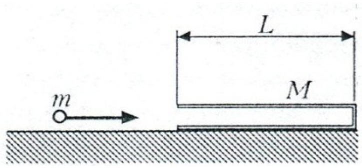


Задача 2

На пласкій поверхні намальований квадрат, довжина сторони якого L = 10 м. Вздовж усіх сторін цього квадрата повинен пробігти маленький жучок, причому його миттєве прискорення не повинно перевищувати в жоден з моментів руху a = 1 см/с^2. За який мінімальний час він зможе оббігти квадрат?

Розв'язування

Якщо прискорення обмежене, то поворот може відбуватись тільки за умови нульової швидкості. Якщо початкову швидкість взяти за нуль, то першу ділянку треба проходити таким чином: рухатись з максимальним прискоренням до середини відрізка, а потім гальмувати з максимальним прискоренням. Тоді першу ділянку жучок подолає за час $\tau_1 = 2\sqrt{\frac{L}{a}} = 63{,}25$ с. Якщо долати усі чотири сторони так



само, як и першу, знадобиться $4\tau_1 = 253$ с. Однак в умові нічого не сказано про початкову та кінцеву швидкості; отже, цим можна скористуватись для прискорення процесу – не гальмувати на останньому відрізку та заздалегідь розігнатись до початку першого (до такої швидкості, щоб встигнути загальмувати на кінець першої ділянки).

Тоді першу та останню ділянку можна подолати за час $\tau_2 = \sqrt{\frac{2L}{a}}$ = 44,7 с, а весь квадрат – за час: $2\tau_1 + 2\tau_2 = 216$ с.

Можливі й проміжні варіанти, наприклад: $3\tau_1 + \tau_2 = 235$ с.

Примітка: на питання треба відповідати «акуратно»: «в умові це не вказано». Розв'язок без «хитрощів» ($4\tau_1$) рекомендовано оцінювати не більше, ніж на 6 балів.

Задача 3

На гладкому горизонтальному столі знаходиться трубка масою M і довжиною L, закрита з одного торця. У відкритий кінець трубки влітає маленька кулька масою m зі швидкістю, напрямленою вздовж осі трубки. Після пружного удару об закритий кінець трубки кулька вилітає назовні. Який шлях відносно столу пройде кулька за час, поки вона буде знаходитись всередині трубки? Розміром кульки і тертям між всіма поверхнями знехтувати.

Розв'язування

Нехай початкова швидкість кульки дорівнює υ_0. Із законів збереження імпульсу та енергії в системі «кулька-трубка» випливає, що

$m\vartheta_0 = Mu + m\vartheta, m = Mu^2 + m\vartheta^2,$

де U і υ – швидкості трубки та кульки після співударяння. З цієї системи визначаємо

$$u = \frac{2m}{M+m}\vartheta_0;\ \vartheta = \frac{m-M}{M+m}\vartheta_0.$$

Оскільки відносна швидкість цих тіл після удару $\vartheta_{\text{відн}} = u - \vartheta = \vartheta_0,$ час, протягом якого кулька рухається після співударяння всередині трубки дорівнює

$$\tau = \frac{L}{\vartheta_{\text{відн}}} = \frac{L}{\vartheta_0}.$$

За цей час вона проходить шлях

$$S' = |\vartheta|\tau = \frac{|m-M|}{M+m}L.$$

Повний шлях, що пройшла кулька, $S = L + S'$.

Тоді отримаємо відповідь

$$S = L\left(1 + \frac{|m - M|}{M + m}\right).$$

Задача 4

Балон, що містить певну кількість кисню, розривається під час випробувань за температури $t_1 = 727^0$ С. Такий самий балон, що містить суміш удвічі меншої кількості кисню та у чотири рази меншої (за масою) кількості невідомого газу, розривається за температури $t_2 = 127^0$ С. Знайти молярну масу невідомого газу.

Молярна маса кисню $\mu_{O2} = 32$ г/моль.

Розв'язування

Нехай балон витримує граничний тиск p_0. Тоді для кисню в балоні маємо в момент розриву

$$p_0 V = \frac{m}{\mu_{o_2}} R T_1,$$

де V – об'єм балону, m – маса кисню у балоні в першому випадку, $T_1 = t_1 + 273$ – абсолютна температура кисню в момент розриву.

У другому випадку в момент розриву закон Дальтона для суміші кисню та невідомого газу дає

$$p_0 V = \left(\frac{m}{2\mu_{o_2}} + \frac{m}{4\mu_x}\right) R T_2,$$

де μ_x – молярна маса невідомого газу.

Поділивши друге рівняння на перше та розв'язуючи отримане рівняння, знайдемо:

$$\mu_x = \frac{\mu_{o_2} T_2}{2(2T_1 - T_2)} = 4 \text{ г/моль}.$$

Задача 5 (див. задачу 5 в 10 кл.)

Примітка

Всі завдання оцінюються по 10 балів. Отже, максимально можлива кількість набраних балів – 50.

Література

1. Арнольд В.И. Задачи по физике от 5 до 15.-Интернет.
2. Зильберман А.Н. Школьные физические олимпиады. –М.: МЦНМО, 2009.
3. Филатов Е.Н. ВМШФ «Авангард»/Москва, Межрегиональная физическая олимпиада. Физика. 1 сентября. № 19, 2008; № 19, 2009.
4. Князев А.А. Олимпиадные задачи и вопросы для учителей и учащихся. Физика. 1 сентября. № 7, 2012.
5. Комарова В.М. С.- Петербургские районные олимпиады. 2004.
6. Олимпиада по физике имени проф. И.В.Савельева. «Росатом». 2012.
7. Олимпиада по физике имени проф. И.В.Савельева, 11.12.2011, НИЯУ МИФИ.
8. Санкт-Петербургские олимпиады. Район. 2002-2003. Коллективное творчество жури.