

Київський університет імені Бориса Грінченка
Факультет інформаційних технологій та управління
Кафедра комп'ютерних наук і математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-методичної
та навчальної роботи

О.Б. Жильцов

2019 р.



**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ПРОЕКТИВНА ГЕОМЕТРІЯ ТА МЕТОДИ ЗОБРАЖЕНЬ**

для студентів

спеціальності: 111 Математика

освітнього рівня: першого (бакалаврського)

Київ - 2019



Розробник:

Литвин Оксана Степанівна, кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, завідувач кафедри комп'ютерних наук і математики Факультету інформаційних технологій та управління Київського університету імені Бориса Грінченка.

Викладач:

Литвин Оксана Степанівна, кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, завідувач кафедри комп'ютерних наук і математики

Робочу програму розглянуто і затверджено на засіданні комп'ютерних наук і математики. Протокол від 16.01.2019 р. № 1

Завідувач кафедри

 Литвин О.С.

Робочу програму погоджено з гарантом освітньої програми Математика.
____.____. 20__ р.

Керівник освітньої програми

 Астаф'єва М.М.

Робочу програму перевірено

____.____. 20__ р.

Заступник декана

 Мельник І.Ю.

Пролонговано:

на 20__/20__ н.р. _____ (_____), « ____ » ____ 20__ р., протокол № ____
(підпис) (ПІБ)

на 20__/20__ н.р. _____ (_____), « ____ » ____ 20__ р., протокол № ____
(підпис) (ПІБ)

на 20__/20__ н.р. _____ (_____), « ____ » ____ 20__ р., протокол № ____
(підпис) (ПІБ)

на 20__/20__ н.р. _____ (_____), « ____ » ____ 20__ р., протокол № ____
(підпис) (ПІБ)

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Характеристика дисципліни за формами навчання	
	денна	заочна
Вид дисципліни	Основна	
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська	
Загальний обсяг кредитів / годин	4/120	
Курс	2	
Семестр	4	
Кількість змістових модулів з розподілом:	3	
Обсяг кредитів	4	
Обсяг годин, в тому числі:	120	
Аудиторні	56	
Модульний контроль	8	
Семестровий контроль	-	
Самостійна робота	56	
Форма семестрового контролю	залік	

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Робоча навчальна програма з курсу «Проективна геометрія та методи зображень» є нормативним документом Київського університету імені Бориса Грінченка, який розроблено кафедрою комп'ютерних наук і математики на основі освітньо-професійної програми підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня відповідно до навчального плану спеціальності 111 Математика.

Робочу навчальну програму укладено згідно з вимогами Європейської кредитної трансферно-накопичувальної системи (ЄКТС) організації навчання. Програма визначає обсяги знань, якими повинен опанувати здобувач першого (бакалаврського) рівня відповідно до вимог освітньо-кваліфікаційної характеристики, алгоритму вивчення навчального матеріалу дисципліни «Проективна геометрія та методи зображень» та необхідне методичне забезпечення, складові і технологію оцінювання навчальних досягнень студентів.

Навчальна дисципліна складається з трьох змістових модулів: Побудова проективного простору, Геометрія проективної площини, Методи зображень.

Мета курсу: забезпечення майбутніх фахівців у галузі математики понятійним та математичним апаратом, необхідним для системного розуміння геометрії, глибшого і чіткішого розуміння зв'язків між різними геометричними системами, природи геометричних властивостей і співвідношень, можливостей різних методів їх вивчення та застосування; формування в них знань, вмінь і навичок, необхідних для розв'язування геометричних задач методами проективної геометрії; підвищення рівня загальної культури теоретичних і практичних розрахунків, геометричних побудов та креслень.

Завдання полягає у формуванні теоретичних знань та практичних умінь у сфері проективної геометрії і методів зображень та набуття **наступних компетентностей:**

- здатність комплексно розв'язувати проблему: розуміння поставленої задачі; здатність проникати в суть явища, проблеми, завдання, виявляти характерні ознаки, суттєві риси та взаємозв'язки, проводити аналогії, узагальнювати; володіння системним, цілісним підходом до аналізу й оцінки ситуації та вирішення проблеми;

- здатність критично оцінювати отриману інформацію, використання логіки і раціональних міркувань, повнота аргументації для оцінки ситуації і правильності обраного шляху розв'язання задачі з урахуванням контексту.

- відкритість до нових знань, ідей і технологій; здатність продукувати нестандартні ідеї, творчо підходити до вирішення проблеми чи виконання завдання

- здатність здобувати нові знання, уміння та інтегрувати їх з уже наявними; спроможність аналізувати явище, ситуацію, проблему, враховуючи різні параметри, фактори, причини; здатність адаптувати мислення для вирішення задач в змінених умовах чи нестандартних ситуаціях

- фундаментальні знання в рамках навчальної дисципліни, включаючи обізнаність із окремими сучасними досягненнями, критичне осмислення основних теорій, принципів, методів і понять;

- здатність проводити міркування та доведення, дотримуючись законів та правил математичної логіки; спроможність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також розуміти математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;

- уміння розв'язувати типові та нетипові задачі, проблеми у сфері професійної діяльності та навчання, що передбачає застосування теорій, концепцій, методів, інноваційних підходів, збір та інтерпретацію інформації (даних), навички обчислень, тотожних перетворень виразів, вибору раціональних методів і способів, ефективного використання інструментальних і технічних засобів; здатність пояснювати в математичних термінах результати;

- здатність застосовувати факти, теореми, методи й алгоритми, пакети програмного забезпечення до розв'язування прикладних задач із різних сфер життєдіяльності людини й суспільства чи галузей науки, зокрема, спроможність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики, розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти;

- здатність застосовувати набуті знання, вміння в педагогічній діяльності при викладанні математичних дисциплін в школі та позашкільних заходах.

З метою формування практичних умінь і навичок комплексного використання знань з різних тем дисципліни й суміжних дисциплін та застосування методів проєктивної геометрії і методів зображень до розв'язання прикладних задач з різних галузей практичні заняття проходять у формі лабораторних робіт в Центрі живої математики в обсязі 8 год.

3. Результати навчання за дисципліною

В результаті вивчення дисципліни студент повинен

знати:

- основні поняття, визначення та теореми проєктивної геометрії, сфери та межі їх застосування;
- формулювання тверджень та методи доведення основних із них;
- геометричні перетворення та їх інваріанти;
- способи використання засобів проєктивної геометрії при побудові зображень.

вміти:

- проводити стандартні дослідження геометричних властивостей і обчислювати різні геометричні характеристики;
- робити геометричні побудови, використовуючи методи зображень, які базуються на теорії проєктивної геометрії;
- застосовувати координатний метод для розв'язування задач аналітичної і проєктивної геометрії;
- застосовувати методи геометричних побудов при розв'язанні відповідних типів задач.

І досягти таких **програмних результатів:**

- вміння відтворювати ключові факти з різних складових частин математики, принципи *modus ponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modus tollens* (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень у проєктивній геометрії; за допомогою графічних та інших засобів пояснювати, аргументувати, ілюструвати, інтерпретувати зміст математичних тверджень;

- розуміння міждисциплінарних зв'язків, спроможність з'ясувати суть одного й того ж поняття (процесу, явища) з позицій різних математичних дисциплін;

- знання і розуміння межі застосування проєктивної геометрії, методів, інструментів;
- вміння усно й письмово спілкуватися з професійних питань, зокрема, представити комплексну інформацію, викласти ідею, пояснити суть математичної проблеми (задачі), спосіб розв'язання та результат; читати спеціальну літературу, знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних довідкових джерел;
- володіння методами розв'язування типових задач; розв'язувати математичні задачі, які потребують інтеграції набутих теоретичних знань, методів з різних розділів математики, бажання і здатність розв'язувати задачу різними способами, порівнювати ці способи; розв'язувати задачі з математичною строгістю та математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, переносити умови та твердження на нові класи об'єктів;
- володіння методами аналітичної, проєктивної, диференціальної геометрії та топології;
- вміння формулювати математичну / педагогічну задачу, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й існуючими моделями, аргументовано обирати оптимальні шляхи розв'язання, аналізувати й осмислювати отриманий розв'язок, представляти результати роботи й обґрунтовувати запропоновані рішення на сучасному науково-технічному й професійному рівні.

4. Структура навчальної дисципліни

Назва змістових модулів, тем	Усього	Розподіл годин між видами робіт				
		Аудиторні:				Самостійна
		Лекції	Семінари	Практичні	З них в ЦК	
Змістовий модуль 1. Побудова проєктивного простору						
Тема 1. Проєктивний простір та його властивості	14	2		2		10
Тема 2. Проєктивні координати	18	4		6		8
Модульний контроль	2					
Разом	34	6		8		18
Змістовий модуль 2. Геометрія проєктивної площини						
Тема 1. Принцип двоїстості. Теорема Дезарга	10	2		4		4
Тема 2. Складне (подвійне) відношення	10	4		2		4
Тема 3. Проєктивні перетворення	12	2		4		4
Тема 4. Криві другого порядку на проєктивній площині	10	2		2		6
Модульний контроль	3					
Разом	43	10		12	2	18
Змістовий модуль 3. Методи зображень						
Тема 1. Застосування проєктивної геометрії до теорії зображень	14	2		4		6
Тема 2. Зображення плоских та просторових фігур.	12	4		4		6
Тема 3. Побудова тіней	14	2		4		8
Модульний контроль	3					
Разом	43	8		12	6	20
Усього	120	24		32	8	56

5. Програма навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Побудова проективного простору

Тема 1. Проективний простір та його властивості.

Предмет і метод проективної геометрії. Центральне проектування в евклідовому просторі. Проективний простір. Моделі проективного простору. Аксиоми проективної геометрії. Відношення порядку елементів проективного простору. Властивості проективного простору. Основні геометричні форми.

Тема 2. Проективні координати.

Проективна система координат. Проективні координати на проективній прямій. Перетворення проективних координат. Проективні координати на проективній площині. Зв'язок між проективними координатами на площині і на прямій. Однорідні афінні координати. Умова колінеарності трьох точок. Пряма на проективній площині. Рівняння прямої. Координати прямої. Умова приналежності трьох прямих одному пучку.

Змістовий модуль 2. Геометрія проективної площини

Тема 1. Принцип двоїстості. Теорема Дезарга.

Великий та малий принципи двоїстості. Пряма теорема Дезарга. Обернена теорема Дезарга. Теорема Дезарга на розширеній евклідовій площині.

Тема 2. Складне (подвійне) відношення.

Складне відношення чотирьох точок проективної прямої. Складне відношення чотирьох прямих пучка. Гармонічні четвірки точок. Способи побудови четвертої гармонічної точки. Гармонічні прямі. Побудова четвертої гармонічної прямої пучка. Повний чотиривершинник. Повний чотиристоронник.

Тема 3. Проективні перетворення

Проективні відображення і перетворення. Нерухомі точки і нерухомі прямі. Інваріанти проективного перетворення. Проективний образ прямої на площині. Перспективні відображення прямих і пучків. Інволюція. Геометрична інтерпретація інволюції. Колінеації. Гомології. Група проективних перетворень. Евклідова геометрія з проективної точки зору.

Тема 4. Криві другого порядку на проективній площині.

Канонічні рівняння ліній другого порядку в проективних координатах. Проективна класифікація ліній другого порядку. Квадрики. Полнос та поляра. Поняття про полярну відповідність. Пучок другого порядку. Теореми Паскаля і Бріаншона.

Змістовий модуль 3. Методи зображень

Тема 1. Застосування проективної геометрії до теорії зображень.

Проекційні методи зображень. Вимоги до зображень. Центральне та паралельне проектування. Теорема Польке-Шварца. Ортогональне проектування. Метод Монжа. Аксонометрія. Метод аксонометричного проектування. Метод лінійної перспективи.

Тема 2. Зображення плоских та просторових фігур.

Позиційні задачі. Повні та неповні зображення. Коефіцієнт неповноти. Метричні задачі. Зображення плоских фігур. Зображення многогранників та тіл обертання. Вписані та описані фігури. Побудова перерізів просторових фігур. Метод слідів. Метод внутрішнього проектування.

Тема 3. Побудова тіней

Призначення тіней. Тіні в ортогональній проекції. Тіні точки, лінії, плоскої фігури. Тіні поверхонь. Тіні в аксонометричній проекції. Власна і падаюча тінь.

6. Контроль навчальних досягнень

6.1. Система оцінювання навчальних досягнень студентів

Вид діяльності студента	Макс. кількість балів за одиницю	Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3	
		Кількість од.	Макс. кількість балів	Кількість од.	Макс. кількість балів	Кількість од.	Макс. кількість балів
Відвідування лекцій	1	3	3	5	5	4	4
Відвідування практичних занять	1	4	4	6	6	6	6
Робота на практичних заняттях	10	3	30	5	50	4	40
Виконання модульної роботи	25	1	25	1	25	1	25
Виконання індивідуальної графічної роботи	30					1	30
Разом			62		86		105
Максимальна кількість балів:	100						
		25		35		40	
Розрахунок коефіцієнта		0,40		0,41		0,38	

6.2. Завдання для самостійної роботи та критерії її оцінювання.

Самостійна робота передбачає виконання домашніх завдань протягом опрацювання відповідного змістового модуля на лекційних та практичних заняттях та індивідуальної графічної роботи.

Кількість балів за самостійну роботу залежить від дотримання таких вимог:

- своєчасність виконання завдань;
- повний обсяг їх виконання;
- самостійність виконання;
- творчий підхід у виконанні завдань.

Індивідуальна графічна робота - індивідуальне завдання, яке передбачає вирішення конкретної практичної навчальної задачі з використанням відомого, а також самостійно вивченого теоретичного матеріалу. Основну частину ГР складає графічний матеріал змістового модуля 3, виконаний відповідно до чинних нормативних вимог. При потребі можливий захист ГР в усній формі. Максимальна кількість балів – 30.

Вимоги до оформлення ГР

Побудова до кожного завдання роботи виконується вручну із використанням необхідних інструментів на аркуші формату А4. Умова задачі, аналіз задачі, опис побудови, доведення та дослідження результатів виконується окремо на аркуші А4 в рукописному або друкованому вигляді. Виконана робота подається викладачу для оцінки в папці-скорозшивачі.

Титульний аркуш повинен містити наступну інформацію:

- назва навчального закладу, факультет, кафедра,
- дисципліна,
- прізвище, ім'я, по батькові студента, група,
- варіант завдань,
- прізвище, ім'я, по батькові викладача.

Приклад завдань графічної роботи.

1. В паралельній проекції побудувати зображення правильної п'ятикутної призми, вписаної в циліндр. – 2 бали
2. В паралельній проекції побудувати зображення правильної чотирикутної призми, вписаної в кулю. Висота призми дорівнює 1/3 діаметра кулі. – 3 бали
3. Дано правильну шестикутну піраміду. Нехай М, N - середини двох суміжних сторін основи, Р - середина висоти піраміди. Побудувати переріз піраміди площиною МNP. – 5 балів

4. Побудувати переріз циліндра площиною, яка визначається трьома точками: M, N, P , причому M належить верхній основі, а N і P - бічній поверхні. – 5 балів
5. Побудувати переріз правильної п'ятикутної призми площиною, яка визначається точками K, M, N , причому K належить верхній основі, M – відрітку, що сполучає центри основ і N – бічній грані. – 5 балів
6. Дано зображення правильної трикутної призми $ABC A_1 B_1 C_1$ і прямої MN , яка лежить в площині основи ABC призми і перетинає сторони AC і AB відповідно в точках N і M . Побудувати спільний перпендикуляр прямих AA_1 і MN . – 5 балів
7. Побудувати переріз циліндра площиною, яка визначається трьома точками A, B, C на бічній поверхні циліндра. – 5 балів

6.3. Форми проведення модульного контролю та критерії оцінювання.

Оцінка за кожний змістовий модуль включає бали за відвідування занять, поточну роботу студента на практичних заняттях, виконання самостійної роботи та модульну контрольну роботу. Виконання модульних контрольних робіт здійснюється в письмовій та тестовій формі.

6.4. Форми проведення семестрового контролю та критерії оцінювання.

Семестровий контроль здійснюється у формі заліку. Підсумкова оцінка рівня досягнення результатів навчання є сумою всіх оцінок за змістові модулі, а також виконання індивідуальної графічної роботи (ГР).

6.5. Шкала відповідності оцінок

Оцінка	Кількість балів
Відмінно	100-90
Дуже добре	82-89
Добре	75-81
Задовільно	69-74
Достатньо	60-68
Незадовільно	0-59

7. НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА КАРТА ДИСЦИПЛІНИ

Всього: 120 год., з них лекції – 24 год., практичні заняття – 32 год., модульний контроль – 8 год., самостійна робота – 56 год.

Модулі (назви, бали)	1. Побудова проєктивного простору (62 бали)		2. Геометрія проєктивної площини (86 балів)				3. Методи зображень (105 балів)					
	1	2	1	2	3	4	1	2	3			
Лекції (теми, бали)	1. Проєктивний простір та його властивості (1 бал)	2-3. Проєктивні координати (2 бали)	4. Принцип двоїстості. Теорема Дезарга (1 бал)	5-6. Складне (подвійне) відношення (2 бали)	7. Проєктивні перетворення (1 бал)	8. Криві другого порядку на проєктивній площині (1 бал)	9-10. Застосування проєктивної геометрії до теорії зображень (2 бали)	11. Зображення плоских та просторових фігур (1 бал)	12. Побудова тіней (1 бал)			
Практичні заняття (теми, бали)	1. Проєктивний простір (11 балів)	2. Проєктивна система координат на площині (11 балів)	3-4. Пряма на проєктивній площині (12 балів)	5. Пряма і обернена теорема Дезарга (11 балів)	6. Теорема Дезарга на розширеній евклідовій площині (11 балів)	7. Складне відношення чотирьох точок проєктивної прямої (11 балів)	8-9. Проєктивні перетворення (12 балів)	10. Криві другого порядку на проєктивній площині (11 балів)	11-12. Ортогональне та аксонометричне проєктування (12 балів)	13. Побудова паралельних проєкцій плоских і просторових фігур. (11 балів)	14. Побудова перерізів (11 балів)	15-16. Тіні в ортогональних та аксонометричних проєкціях (12 балів)
Індивідуальні завдання (бали)							Графічна робота (30 балів)					
Поточний контроль (вид, бали)	Модульна контрольна робота 1 (25 балів)		Модульна контрольна робота 2 (25 балів)				Модульна контрольна робота 3 (25 балів)					
Підсумковий контроль (вид, бали)	Залік (100 балів)											

8. Рекомендована література

Основна

1. Боровик В.Н., Яковець В.П. Курс вищої геометрії: Навчальний посібник. - Суми: ВТД «Університетська книга», 2004. - 464 с.
2. Певзнер С.Л. Проективная геометрия. – М.: Просвещение, 1987.
3. Певзнер С.Л., Паленко М.М. Задачник-практикум по проективной геометрии. – М.: Просвещение, 1982. – 80 с.

Додаткова

1. Трохименко В.С. Конспект лекцій з конструктивної геометрії. – Вінниця, 2012. - 104 с.
2. Хартсхорн Р. Основы проективной геометрии / Р. Хартсхорн - М.: Мир, 1970. - 348 с.
3. Комиссарук А.М. Проективная геометрия в задачах: Учеб. пособие для математических факультетов педагогических институтов – Минск: Высшая школа, 1971. – 320 с.
4. Василюшин Я.В., Василюшин В.Я. Нарисна геометрія. Тіні в ортогональних та аксонометричних проекціях: практикум. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2015. – 60 с.
5. Яглом И.М., Ашкинзуе В.Г. Идеи и методы аффинной и проективной геометрии, Часть 2 // М.: УЧПЕДГИЗ, 1962.

6. Додаткові ресурси

1. Конструктивні задачі в геометрії. – Режим доступу: <http://formula.kr.ua/konstruktivni-z-g/>
2. Нарисна геометрія. Лекції. – Режим доступу: <https://cadinstructor.org/ng/lectures/>