

Київський університет імені Бориса Грінченка
Факультет інформаційних технологій та управління

Кафедра комп'ютерних наук і математики


«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Проректор з науково-методичної та
навчальної роботи
(Жильцов О.Б.)
« 11 » * * 09 20 19р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ І ТОПОЛОГІЯ

спеціальності	111 Математика
освітнього рівня	Освітній рівень – перший (бакалаврський)
освітньої програми	111.00.01 Математика

Київ – 2019

КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ БОРИСА ГРИНЧЕНКА
Ідентифікаційний код 02130554
Начальник відділу
моніторингу якості освіти
Протокол № 18/24/19
Жильцов
(підпис) (прізвище, ініціали)
« » 20 19 р.

Розробники: Радченко Сергій Петрович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри комп'ютерних наук і математики Факультету інформаційних технологій та управління Київського університету імені Бориса Грінченка.

Викладачі: Радченко Сергій Петрович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри комп'ютерних наук і математики Факультету інформаційних технологій та управління Київського університету імені Бориса Грінченка.

Робочу програму розглянуто і затверджено на засіданні кафедри (циклової комісії) комп'ютерних наук і математики
 Протокол від 28.08.2019 р. № 9
 Завідувач кафедри _____ (ініціали, прізвище)
 (підпис)

Робочу програму погоджено з гарантом освітньої програми (керівником освітньої програми (111.00.01 Математика))
 (назва освітньої програми)

_____. _____. 20__ р.
 Керівник освітньої програми _____ (Астаф'єва М.М.)
 (підпис)

Робочу програму перевірено

_____. _____. 20__ р.
 Заступник директора/декана _____ (Мельник І.Ю.)
 (підпис)

Пролонговано:

на 20__/20__ н.р. _____ (ПІБ), « ____ » ____ 20__ р., протокол № ____
 (підпис)

на 20__/20__ н.р. _____ (ПІБ), « ____ » ____ 20__ р., протокол № ____
 (підпис)

на 20__/20__ н.р. _____ (ПІБ), « ____ » ____ 20__ р., протокол № ____
 (підпис)

на 20__/20__ н.р. _____ (ПІБ), « ____ » ____ 20__ р., протокол № ____
 (підпис)

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Характеристика дисципліни за формами навчання	
	денна	заочна
"Диференціальна геометрія і топологія"		
Вид дисципліни	обов'язкова	
Загальний обсяг кредитів / годин	5/150	
Курс	4	
Семестр	7	
Кількість змістових модулів з розподілом:	2	
Обсяг кредитів	5	
Обсяг годин, в тому числі:	150	
Аудиторні	70	
Модульний контроль	10	
Семестровий контроль	30	
Самостійна робота	40	
Форма семестрового контролю	іспит	

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Робоча навчальна програма з курсу «Диференціальна геометрія і топологія» є нормативним документом Київського університету імені Бориса Грінченка, який розроблено кафедрою комп'ютерних наук і математики на основі освітньо-професійної програми підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня відповідно до навчального плану спеціальності 6.040201 Математика, освітньої програми 6.040201.

Робочу навчальну програму укладено згідно з вимогами Європейської кредитної трансферно-накопичувальної системи (ЄКТС) організації навчання.

Програма визначає обсяги знань, якими повинен опанувати здобувач першого (бакалаврського) рівня відповідно до вимог освітньо-кваліфікаційної характеристики, алгоритму вивчення навчального матеріалу дисципліни «Диференціальна геометрія і топологія» та необхідне методичне забезпечення, складові і технологію оцінювання навчальних досягнень студентів.

Навчальна дисципліна «Диференціальна геометрія і топологія» складається з двох змістових модулів: Диференціальна геометрія, Топологія. Обсяг дисципліни – 150 год (5 кредитів).

Метою викладання навчальної дисципліни «Диференціальна геометрія і топологія» є ознайомити студентів з фундаментальними поняттями диференціальної геометрії кривих ліній та поверхонь, вивчення методів розв'язування задач, враховуючи їх геометричний зміст.

Завдання полягає у формуванні теоретичних знань та практичних умінь при вивченні диференціальної геометрії та топології, використання отриманих знань у застосуваннях та набуття наступних компетентностей:

Загальні компетентності

ЗК-1: Здатність до комплексного розв'язання проблем. Здатність виявляти наукову сутність проблем у професійній сфері, знаходити адекватні шляхи щодо їх розв'язання; володіння системним, цілісним підходом до аналізу і оцінки ситуації

ЗК-3: Креативність. Відкритість до нових знань, ідей і технологій; здатність продукувати нестандартні ідеї, підходи, відхилятися від традиційних схем рішення проблем; здатність до новаторської діяльності

ЗК-5: Координація дій з іншими фахівцями. Здатність та готовність виконувати колективні проекти, брати на себе відповідальність за виконання робіт окремої групи; уміння вести дискусію, аргументовано відстоюючи свою точку зору; здатність доносити власні знання, обґрунтування і висновки до фахівців і широкого загалу;

ЗК-8: Когнітивна гнучкість. Здатність здобувати нові знання, уміння та інтегрувати їх з уже наявними; самостійного освоєння нових методів дослідження, зміни наукового й виробничого профілю своєї діяльності.

ЗК-10: Складання суджень і ухвалення рішень. Спроможність орієнтуватися у різних поглядах на проблему, формувати власну думку; уміти формулювати задачу, аргументовано обирати оптимальні шляхи розв'язання, аналізувати й осмислювати отриманий розв'язок.

Фахові компетентності

ФК-1: Здатність до ефективної реалізації себе як фахівця з диференціальної геометрії; оцінки, аналізу та ефективного використання методів дослідження властивостей кривих та поверхонь в різних координатних системах; розуміння основних напрямків подальшого розвитку диференціальної геометрії та топології на сучасному етапі.

ФК-6: Здатність до адекватної інтерпретації аналітичних співвідношень в геометричних термінах, вміння подати отриману інформацію в зрозумілому наочному вигляді.

3. Результати навчання за дисципліною

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

- основні поняття і визначення диференціальної геометрії і топології;
- принципи побудови різних кривих ліній та поверхонь;
- класифікацію властивостей кривих ліній та поверхонь;
- основні теоретичні факти, що стосуються топологічних властивостей просторів;

уміти:

- розв'язувати задачі з визначення характеристик кривих на площині та в просторі;
- розв'язувати задачі з визначення характеристик кривих поверхонь в просторі;
- розв'язувати задачі топологічного характеру;
- доводити еквівалентність топологічних просторів;

та досягти наступних **програмних результатів навчання:**

ПРз-6:знання основних теоретичних положень диференціальної геометрії і топології, вміння аналізувати зміст, форму та коло застосувань кожного факту теорії; методи застосування основних результатів диференціальної геометрії і топології у суміжних дисциплінах;

ПРу-3:будувати геометричні моделі, що ілюструють конкретні геометричні властивості об'єктів, які розглядаються у навчальному курсі.

ПРу-5:обирати і застосовувати відповідні типові аналітичні, розрахункові та експериментальні методи в геометричній інтерпретації при розв'язанні професійних задач, вміти точно інтерпретувати результати.

4. Структура навчальної дисципліни

Тематичний план для денної форми навчання

Назви змістових модулів і тем	Розподіл годин між видами робіт				
	Усього	Аудиторна:			
		л.	пр.	М.К	с.р.
Модуль 1					
Змістовий модуль 1. Диференціальна геометрія					
Тема 1. Криві на площині.	22	6	8	2	6
Тема 2. Криві у просторі.	25	8	8	2	7
Тема 3. Поверхні в евклідовому просторі. Квадратичні форми. Лінії на поверхнях.	25	8	8	2	7
Разом за змістовим модулем 1	72	22	24	6	20
Змістовий модуль 2. Топологія					
Тема 4. Топологічні та метричні простори.	17	4	4	2	7
Тема 5. Операції з просторами.	17	4	4	2	7
Тема 6. Компактні простори.	14	4	4		6
Разом за змістовим модулем 2	48	12	12	4	20
Семестровий контроль	30				
Усього годин	150	34	36	10	40

5. Програма навчальної дисципліни

Змістовий модуль I. Диференціальна геометрія.

Тема 1. Криві на площині.

Відображення. Типи відображень. Одно-однозначне відображення. Неперервне та диференційоване відображення. Топологічне відображення. Локально топологічне відображення. Відображення кривих та областей. Поняття кривої. Параметризація кривої. Натуральна параметризація кривої. Регулярні криві. Достатня умова регулярності кривої. Кривина. Формули для кривини кривої при натуральній та довільній параметризації.

Тема 2. Криві у просторі.

Рівняння кривих у просторі. Кривина та скрут просторових кривих. Обчислення кривини та скруту кривин, заданих у різний спосіб. Лінії зі сталими кривиною та скрутом.

Тема 3. Поверхні в евклідовому просторі. Квадратичні форми. Лінії на поверхнях.

Поняття поверхні та її рівняння. Криволінійні координати. Властивості криволінійних поверхонь. Нормаль та дотична до поверхні. Умова існування нормалі та дотичної. Рівняння нормалі та дотичної до поверхні. Поняття квадратичних форм. Геометричний зміст першої квадратичної форми. Геометричний зміст другої квадратичної форми. Кути між лініями на поверхнях. Теорема Мен'є. Формули Родріга.

Змістовий модуль II. Топологія.

Тема 4. Топологічні та метричні простори

Поняття топології. Топологічні простори. Порівняння топологій. База топології. Приклади топологічних просторів. Приклади відкритих та замкнених множин. Інтервали та відрізки на прямій. Системи інтервалів. Відкриті та замкнені області в евклідовому просторі. Різні приклади топологій на множинах. Метрики та метричні простори. Зв'язок метричних просторів з топологічними. Приклади метричних просторів.

Тема 5. Операції з просторами

Відображення. Неперервне відображення. Гомеоморфізм. Ізоморфізм. Топологічні інваріанти. Фактор-простір, фактор-група, фактор-кілець та фактор-топологія. Склеювання. Простір орбіт. Добуток деяких топологічних просторів. Топологічна сума просторів. Зв'язність та лінійна зв'язність топологічних просторів. Диференційовані многовиди. Карта, атлас поверхні.

Тема 6. Компактні простори

Розшаровані простори. Дотичні простори. Репер. Розшарування. Перетини розшарування. Тензорне розшарування. Метрика. Зв'язність. Коваріантна похідна. Простір афінної зв'язності. Геодезична крива. Тензор кривини. Тензор скруту. Тензор сегментарної кривини. Простір Рімана.

6. Контроль навчальних досягнень

6.1. Система оцінювання навчальних досягнень студентів

№ з/п	Вид діяльності студента	Макс. кількість балів за одиницю	Модуль 1		Модуль 2	
			Кільк. одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид	Кільк. одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид
1	Відвідування лекцій	1	11	11	6	6
2	Відвідування практичних занять	1	12	12	6	6
3	Виконання завдань для самостійної роботи	9	1	6	1	15
4	Робота на практичних (семінарських) заняттях	10	12	120	6	60
5	Виконання модульної контрольної роботи	25	3	75	2	50
	Разом	-	-	223	-	127
Максимальна кількість балів: 350						
Розрахунковий коефіцієнт: 0,171						

6.2. Завдання для самостійної роботи та критерії її оцінювання.

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	Бали
Змістовий модуль 1. Диференціальна геометрія		20	5
1	Знаходження похідної вектор-функції. Скалярний, векторний та псевдоскалярний добуток вектор-функції. Обчислення дотичної до кривих, заданих різними рівняннями. Обчислення довжин дуг кривих. Побудова рівняння нормалі кривої, заданої явним рівнянням. Побудова дотичної та нормалі кривої, заданої неявним рівнянням. Обчислення кривини плоскої кривої, заданої параметричними та неявними рівняннями. Побудова стичного кола. Побудова обвідної, еволюти та евольвенти.	6	2
2	Обчислення кривини та скруту просторової кривої, заданої параметричними та неявними рівняннями. Побудова дотичної, головної нормалі, бінормалі просторової кривої.	7	2
3	Обчислення довжини дуги просторової кривої; обчислення кута між кривими; обчислення площі деякої області на поверхні. Обчислення нормальної кривини поверхні. Побудова другої квадратичної форми поверхонь. Обчислення другої квадратичної форми. Головні напрямки та головні кривини поверхні. Формула Ейлера для деяких кривих другого порядку.	7	1

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	Бали
Змістовий модуль 2. Топологія		20	5
4	Приклади метричних просторів. Неперервність відображень метричних просторів. Гомеоморфізм метричних просторів. Приклади відкритих та замкнених множин. Відкриті та замкнені області в евклідовому просторі. Різні приклади топологій на множинах.	7	1
5	Відображення. Неперервне відображення. Гомеоморфізм. Ізоморфізм. Топологічні інваріанти. Фактор-простір, фактор-група, фактор-кільце та фактор-топологія. Склеювання.	7	2
6	Приклади топологічних сум просторів. Зв'язність та лінійна зв'язність конкретних топологічних просторів. Диференційовані многовиди.	6	2
Разом		40	15

6.3. Форми проведення модульного контролю та критерії оцінювання.
Письмово, макс. оцінка - 25 балів, кожне завдання оцінюється в залежності від складності.

6.4. Форми проведення семестрового контролю та критерії оцінювання.
Письмово, макс. оцінка - 40 балів, 4 завдання оцінюються по 10 балів кожне.

6.5. Орієнтовний перелік питань для семестрового контролю.

Відображення. Типи відображень. Неперервне та диференційоване відображення. Топологічне відображення. Поняття кривої. Параметризація кривої. Натуральна параметризація кривої. Регулярні криві. Достатня умова регулярності кривої. Кривина. Формули для кривини кривої при натуральній та довільній параметризації.

Рівняння кривих у просторі. Кривина та скрут просторових кривих. Обчислення кривини та скруту кривин, заданих у різний спосіб. Лінії зі сталими кривиною та скрутом.

Поняття поверхні та її рівняння. Криволінійні координати. Властивості криволінійних поверхонь. Нормаль та дотична до поверхні. Умова існування нормалі та дотичної. Рівняння нормалі та дотичної до поверхні. Геометричний зміст першої квадратичної форми. Геометричний зміст другої квадратичної форми. Кути між лініями на поверхнях. Теорема Мен'є. Формули Родріга.

Поняття топології. Топологічні простори. Порівняння топологій. База топології.

Приклади топологічних просторів. Приклади відкритих та замкнених множин. Інтервали та відрізки на прямій. Системи інтервалів. Відкриті та замкнені області в евклідовому просторі. Різні приклади топологій на множинах. Метрики та метричні простори. Зв'язок метричних просторів з топологічними. Приклади метричних просторів.

Відображення. Неперервне відображення. Гомеоморфізм. Ізоморфізм. Топологічні інваріанти. Фактор-простір, фактор-група, фактор-кільце та фактор-топологія.

6.6. Шкала відповідності оцінок

Оцінка	Кількість балів
Відмінно	100-90
Дуже добре	82-89
Добре	75-81
Задовільно	69-74
Достатньо	60-68
Незадовільно	0-59

7. Навчально-методична картка дисципліни

Примітка: оцінювання результатів самостійної роботи здійснюють у ході письмового опитування теорії та виконання модульної контрольної роботи.

Тиждень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18		
Модуль	Змістовний модуль 1										Змістовний модуль 2									
Назва модуля	Диференціальна геометрія										Топологія									
К-сть балів за модуль	223										127									
Лекції	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Теми лекцій	Типи відображень	Вектор-функції	Поняття кривої. Типи кривих. Гладка крива. Аналітична крива.	Властивості плоских кривих.	Кривина плоских кривих. Стичне коло.	Кривина просторових кривих. Скрут.	Дотична, головна нормаль, бінормаль кривої.	Криволінійні поверхні.	Перша квадратична форма	Друга квадратична форма.	Метричні простори.	Відкриті та замкнені множини	Поняття топологічного простору	Відображення просторів	Зв'язність топологічних просторів	Розшарування просторів	Простір Рімана – Картана	Гомотопії.	Операції на топологічних просторах	Топологічна сума
Практичні	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Теми практичних занять	Побудова відображень	Операції з вектор-функціями	Криві на площині, задані у різний спосіб	Обчислення параметрів кривої	Криві в околі точок	Кривина та скрут просторової кривої	Рівняння поверхонь	Перша квадратична форма поверхонь	Друга квадратична форма	Приклади метричних просторів	Приклади метричних просторів	Відображення, гомоморфізми, ізоморфізми	Зв'язність топологічних просторів	Розшарування просторів	Операції на топологічних просторах					
Бали	2	2	12	2	2	2	2	2	3	3	13	2	2	3	3					
МК	25				25				25				25				25			
Розрахункова робота	30																			

8. Рекомендовані джерела

Основна:

1. О.А.Борисенко. Диференціальна геометрія та топологія. Х. 1995.
2. Н. И. Кованцов, Г. М. Зражевская, В. Г. Кочаровский, В. И. Михайловский, Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сб. задач, К., 1989.
3. А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко, Курс дифференциальной геометрии и топологии, М, 1980.
4. О.О.Пришляк. Диференціальна. геометрія. К. 2004.

Додаткова:

5. Н. И. Кованцов. Дифференциальная геометрия. К. 1973.
6. Э. Г. Позняк, Е. В. Шикин, Дифференциальная геометрия, М, 1990.
7. П. К. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, М, 1956.