Київський університет імені Бориса Грінченка

ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ В ОСВІТІ Й НАУЦІ

Монографія

Київ — 2021

1.6. МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК НЕВІД'ЄМНА ЧАСТИНА МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ СТУДЕНТІВ РІЗНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Ірина Машкіна, Тетяна Носенко
(Київський університет імені Бориса Грінченка)

Серед різних характеристик сучасного періоду можна виділити одну особливу — це повернення до математизації. Сьогодні математичні розрахунки проникли в найрізноманітніші галузі знань і наукові дисципліни. Зараз неможливо собі уявити створення зразків нової техніки, будівництво, економіку, управління та інші сфери людської діяльності без застосування математичних моделей і методів їх розрахунку. При цьому використовуваний математичний апарат став значно різноманітнішим і складнішим, ніж це було ще зовсім недавно. Внаслідок цього підвищилися вимоги до математичної освіти майбутніх фахівців різних спеціальностей.

Можна відзначити й інший істотний фактор, що сприяє значному підвищенню інтересу до методів математичного моделювання як в науці й техніці, так і в інших галузях — це розвиток і широке поширення комп'ютерних засобів. За допомогою моделей, реалізованих на комп'ютері, можна вивчати нові явища, розв'язувати практично всі завдання аналізу і проектування складних систем, здійснювати вибір найкращих варіантів рішень, аналіз та прогнозування поведінки систем тощо.

Математика і реальність можуть бути зв'язані за допомогою моделювання, оскільки «математичне моделювання — це процес, який використовує математику для представлення, аналізу, прогнозування або іншого способу надання уявлення про явища в реальному світі» [1]. Це інтерактивне з'єднання здійснюється із застосуванням відомого математичного процесу з метою вивчення, аналізу, пояснення, прогнозування реальних повсякденних життєвих ситуацій навколо нас. Тому невід'ємну частину математичної освіти сьогодні має складати вміння будувати адекватні математичні моделі для дослідження реальних явищ. Проте опановуючи фундаментальні математичні дисципліни, студенти засвоюють формалізовані теорії математики й недостатньо приділяють увагу набуттю досвіду математичного моделювання, оволодінню методами опису об'єктів та явищ мовою математики з метою дальшого їх вивчення засобами математики й інформатики.

Постає питання застосування різних підходів для моделювання саме задач прикладної спрямованості. Можна виділити три напрями, відповідно до яких дослідники формулювали визначення поняття «прикладна задача»:

— діяльнісний — у визначенні прикладної задачі виділяється основна ознака, що пов'язана з навчанням студентів діяльності із застосування математики для розв'язання різних завдань (і не обов'язково нематематичної природи). Таке визначення запропоноване, наприклад, Н.В. Чангом [2]. Найхарактернішим для цього напряму є формулювання Д. Ікрамова, відповідно до якого прикладна задача «характеризується не тим, що в її змісті використовуються практичні дані, а тим, що в ході її розв'язання застосовуються прийоми, способи і методи, характерні для діяльності в галузі використання математики» [3, 180];

— змістовний — тут домінуючою є змістовна компонента, що вказує на галузь людської діяльності, з якої взято завдання. Представниками цього напряму є Е.Я. Жак, В.В. Фірсов та ін., для яких задачі прикладного характеру — це задачі, що виникають у техніці та інших науках, професійній діяльності, народному господарстві, побуті;

— змістовно-діяльнісний — зазвичай диз'юнктивна або кон'юнктивна конструкція визначень перших двох напрямів, тобто у поняття «прикладна задача» закладається діяльнісна і (або) змістовна компоненти.

Не можна не помітити, що ці формулювання різною мірою спільності відображають різні аспекти одного й того ж поняття — поняття «прикладної задачі» як основного об'єкта моделювання.

На початку, коли математичне моделювання стало інтенсивно проникати в різні сфери, специфіка конкретної галузі часто перекривала те загальне, що притаманне моделюванню як універсальному методу пізнання. Моделі й методи дослідження конкретних комп'ютерних, механічних, медичних, електричних, економічних, екологічних систем представлялися слабо пов'язаними одне з одним. У міру накопичення досвіду моделювання становище змінилося. Математичне моделювання, на нашу думку, перетворилося на окрему науку, і його загальні методи можуть бути застосовані в різних галузях, де, безумовно, існує своя специфіка. В основі моделювання лежать проблеми побудови та дослідження різних математичних моделей. Сьогодні можна вже говорити про єдині методи побудови, аналізу, перетворення, спрощення та властивості різних моделей.

Математичні моделі, що становлять інтерес для досліджуваної проблеми, — це математичні вирази, які можуть бути сформульовані «[...] з використанням чисельних виразів або формул, діаграм, графіків або геометричних уявлень, алгебри, таблиць тощо» [4]. Загальна класифікація основних видів моделювання наведена на *рис. 1.6.1* [5].

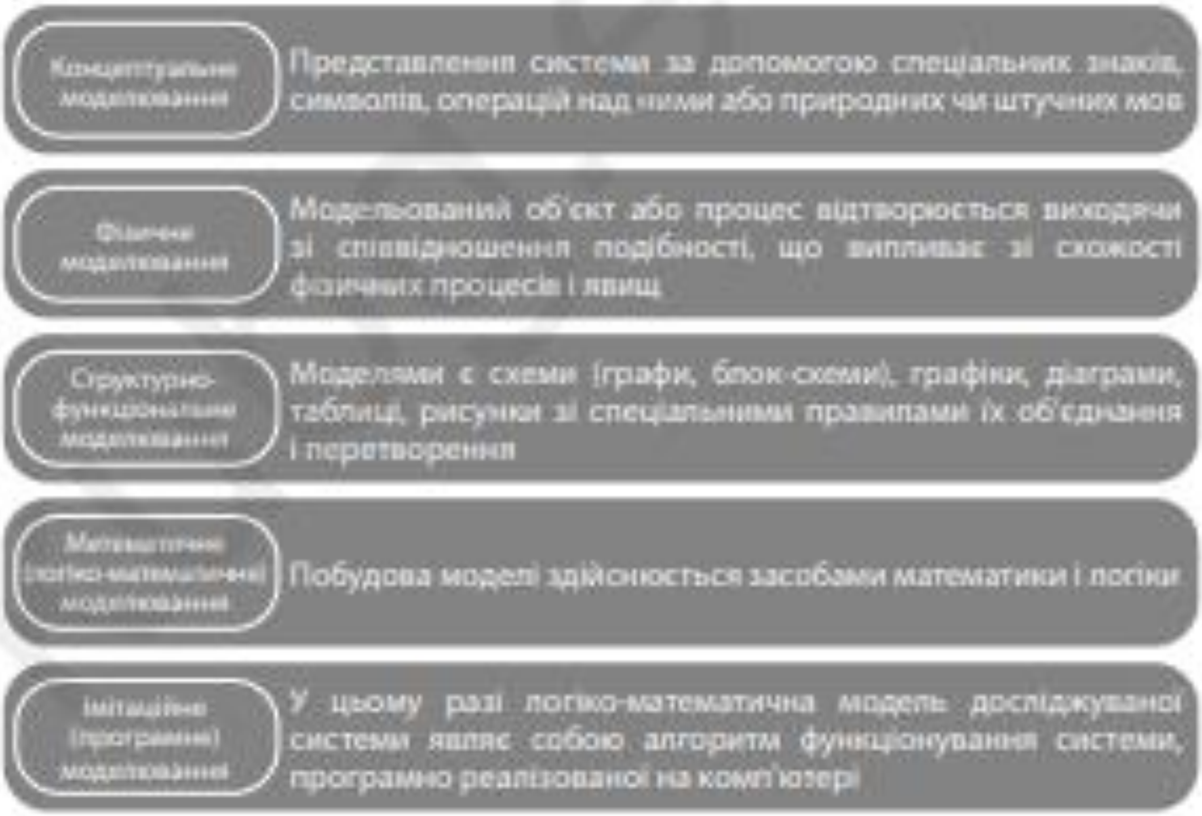

Рис. 1.6.1. Класифікація основних видів моделювання [5]

Потрібно розуміти, що при моделюванні можна застосовувати окремі його види самостійно або одночасно в деякій комбінації (наприклад, у імітаційному моделюванні зазвичай використовуються практично всі перелічені види моделювання або окремі прийоми). На ранніх етапах формування імітаційної моделі — концептуальне моделювання; для опису окремих підсистем моделі, а також у процедурах обробки й аналізу результатів обчислювального експерименту і прийняття рішень — логіко-математичне (включаючи методи штучного інтелекту). Структурно-функціональне моделювання використовується при розробці процесів в імітаційних моделях.

Слід зазначити, що одна модель з невеликими змінами може мати безліч застосувань. Це дуже корисно як для професійного моделювання, так і для моделювання в процесі навчання студентів, оскільки дає змогу використовувати одну модель для вирішення різних ситуацій.

Мета використання математичного моделювання, згідно з Блюмом і Феррі (2009) [6], може бути сформульована таким чином:

1) допомогти студентам краще зрозуміти реальні проблеми;

2) підтримати навчання математики (мотивація, формування концепції, розуміння);

3) сприяти розвитку різних видів компетенцій студентів;

4) сприяти адекватному уявленню студентів про математику.

Математичне моделювання як важливий прикладний математичний інструмент для розв'язання проблемних питань створює умови для формування у студентів вміння застосовувати системний підхід до вирішення проблеми, збору даних та аналізу реальних ситуацій і встановлення взаємозв'язків різних факторів. У цьому ж напрямі математичне моделювання сприяє формалізованій побудові середовища, де студенти можуть здійснювати моделювання та застосовувати аналогію, вважаючи, що одна й та сама модель може бути корисна при поданні різних ситуацій і допоможе в ідентифікації її використання в інших галузях знань.

При створенні або виборі завдання викладач має врахувати, чи вимагатиме воно від студентів прийняття рішень щодо застосування математичного підходу до вирішення проблеми. Також педагог має зважати на те, наскільки вони знайомі з контекстом та математичними поняттями, які можуть використовувати для виконання завдання. Викладач передбачає, як може бути розв'язане завдання (*табл. 1.6.1*).

ПРИКЛАД ПІДГОТОВКИ ТА РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАВДАННЯ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Визначте проблему	Викладач вибирає реальну проблему (наприклад, *вибір пакету послуг мобільного оператора*). Проблема відкрита і вимагає від студентів прийняття рішень
Зробіть припущення та визначте змінні й дані, що потрібні для моделювання	Студенти розглядають низку реальних факторів. Можливо, їм доведеться звузити фокус питання, щоб зробити проблему більш конкретною. Наприклад, студенти можуть зосередитися на одному операторові й різних пакетах послуг, якими вони регулярно користуються, і сформувати рішення на основі цих конкретних умов. *Або* вибрати двох різних операторів з подібними пакетами послуг. Питання, які слід розглянути, можуть бути такими: яка вартість послуг? Скільки контактів користується послугами саме цього оператора? Який обсяг послуг їм потрібний?
Застосуйте математику	Студенти вивчають вартість пакетів, вибраних вище мобільних операторів, та один пакет (із значно дешевшими послугами), але непопулярного оператора. Вони здійснюють розрахунки для конкретних операторів, яких вибрали, визначають загальну вартість кожного пакета. Вибір математичного підходу в ідеалі залишається за студентом, але викладач може обмежуватись методами курсу чи розділу курсу
Проаналізуйте та оцініть рішення	Протягом усього процесу студенти обмірковують, чи має сенс їх припущення та стратегія у реальному контексті проблеми. Вони наводять математичні аргументи, пояснюючи, чому деякі відповіді не розумні чи не корисні, і доводять власне судження як обґрунтоване чи корисне
Ітерація	Залежно від того, наскільки студенти задоволені своїм кінцевим продуктом, вони можуть повернутися і змінити свій підхід. У процесі вдосконалення своєї моделі вони можуть розглянути, що розуміється під поняттям «економічно ефективна» в оригінальній постановці проблеми. Студенти, можливо, враховували лише цінову вартість послуги і не зважали на такий фактор, як її якість
Використання моделі	Однією з цілей створення математичних моделей є відповідь на питання, поставлене у реальному житті. Після того як студенти створили модель, згідно з нею вирішується, наприклад, коли варто економити, а коли доцільніше вибрати дорожчу пропозицію

Для цього він має дати відповіді на такі запитання:

— які запитання у студентів виникатимуть щодо контексту?

— Якої додаткової інформації вони потребуватимуть?

— Як вони отримають цю додаткову інформацію?

— Які припущення вони будуть робити, починаючи будувати свої моделі?

— Як я можу допомогти студентові почуватися комфортно, приймаючи припущення?

— Які види стратегій вирішення проблем найімовірніше застосовуватимуть студенти?

— Як я хочу збалансувати обговорення в малих групах та в цілому?

— На якому етапі процесу моделювання студенти можуть застрягти?

— Які види стратегій я можу застосовувати для втручання, не беручи на себе процес моделювання?

— Які інструменти будуть використовувати студенти для аналізу своїх рішень та оцінки моделей?

Такого роду задачу на моделювання можна запропонувати тим, хто тільки починає навчатися на математичних, економічних чи технічних спеціальностях, або ж взагалі студентам інших спеціальностей, яких цікавить моделювання.

Студенти, які вже мають більш ґрунтовну математичну підготовку, мають застосовувати свої знання під час розв'язання складніших задач. Демонстрація того, що математична модель має описувати не тільки конкретні явища або об'єкти, а й досить широке коло різних явищ і об'єктів, сприяє розумінню універсальності математичних моделей. Одним із підходів до моделювання складних об'єктів є застосування аналогій з уже вивченими явищами. Як приклад розглянемо процеси коливань в об'єктах різної природи.

Задача № 1. Коливальний електричний контур, що складається з конденсатора і котушки індуктивності. Опір провідників вважаємо рівним нулю, $q(t)$ — заряд на обкладках конденсатора, $u(t)$ — напруга на обкладинках конденсатора, C — ємність конденсатора, L — індуктивність котушки, E — *е.р.с.* самоіндукції, i — струм.

$$q(t) = Cu(t),$$

$$E = -L\frac{di}{dt}, i = -\frac{dq}{dt}$$

$$u(t) = -E(t) \to L = \frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{1}{C}q$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

Задача № 2. Найпростіша модель зміни заробітної плати та зайнятості: $p(t)$ — заробітна плата, $N(t)$ — кількість найманих працівників.

Баланс ринку праці: за плату $p_0 > 0$ погоджуються працювати $N > 0$ осіб. Передбачається, що:

а) роботодавець змінює заробітну плату пропорційно відхиленню кількості найманих працівників від рівноваги;

б) кількість працівників змінюється пропорційно зміні заробітної плати відносно p_0

Система рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} \dfrac{dP}{dt} = -a_1(N - N_0), a_1 > 0, \\ \dfrac{dN}{dt} = a_2(P - P_0), a_2 > 0. \end{cases}$$

Звідси отримуємо рівняння:

$$\frac{d^2(p - p_0)}{dt^2} + a_1a_2(p - p_0) = 0.$$

Задача № 3. Малі коливання при взаємодії двох біологічних популяцій: $N(t)$ — чисельність травоїдної популяції (1); $M(t)$ — чисельність хижаків (2).

$$\begin{cases} \dfrac{dN}{dt} = (a_1 - b_1M)N, a_1 > 0, b_1 > 0 \\ \dfrac{dM}{dt} = (-a_2 - b_2N)M, a_2 > 0, b_2 > 0 \end{cases}$$

Система перебуває в рівновазі, якщо $\frac{dN}{dt} = \frac{dM}{dt} = 0$.

Побудовані в задачах № 1–3 моделі в одних випадках засновані на точно відомих законах (задача № 1 про коливальний контур), а в інших — на спостережуваних фактах (задача № 3 про дві популяції. Цю задачу можна запропонувати з економічним змістом ринкової конкуренції) або уявленнях про характер об'єкта (задача № 2 про найпростішу модель заробітної плати).

Хоча і сутність зазначених явищ, і підходи до отримання моделей, що їх описують, абсолютно різні, побудовані моделі виявилися ідентичними. Це свідчить про найважливішу властивість математичних моделей — їх універсальність. Ця особливість широко використовується при вивченні об'єктів найрізноманітнішої природи.

Розглянемо коротко підходи, які найчастіше складають процес розв'язання реальної задачі:

1) задача математичного моделювання пов'язана із можливістю побудови математичної моделі досліджуваного процесу або явища, тобто перекладу вихідного завдання з термінів даної предметної галузі на математичну мову. Розв'язком задачі математичного моделювання є побудова математичної моделі (наприклад, у формі алгебраїчних, диференціальних, різницевих та ін. рівнянь і обмежень). Часто трапляється так, що розв'язок поставленого завдання вичерпується тільки побудовою моделі, яка вже відома, і відомий шлях її розв'язання. Тому можна говорити про задачу математичного моделювання як про окреме завдання, що становить самостійний інтерес;

2) розв'язання задачі математичного моделювання ініціює постановку завдання обчислення отриманої системи рівнянь і обмежень. Здебільшого розв'язання здійснюється за допомогою наближених методів (чисельних методів) і зводиться до побудови обчислювального алгоритму з виконанням всіх вимог, що висуваються до нього — масовості, результативності, детермінованості, скінченності числа кроків. Як розв'язок цього завдання виступає побудований обчислювальний алгоритм.

Ці підходи рівноправні з точки зору суті визначення поняття «задача». Для дальшого обґрунтування підходів до моделювання прикладних задач розглянемо коротко процес розв'язання реального завдання. Він складається з послідовного розв'язування кількох задач (підзадач), розв'язок яких веде до отримання відповіді на поставлене реальне завдання. Тобто структура останнього — це система задач. Системоутворювальний фактор — логіка реального завдання, що має відповідати таким принципам:

— сталості, відповідно до якого прикладні задачі з'являються в рамках навчального процесу постійно;

— розміщення завдань у порядку зростання складності;

— поступовості, що передбачає поступовий розвиток умінь студентів, пов'язаних з моделюванням практичних ситуацій;

— повноти — прагнення максимально повно відобразити в прикладних задачах математичні ідеї, а також навести приклади, які стосуються різних галузей знань (фізика, хімія, біологія тощо).

Для більш вдалого розв'язання питання навчання моделюванню добре було б створити систему прикладних задач (СПЗ). У процесі побудови останньої потрібно дотримуватись таких підходів:

— рівневої диференціації, відповідно до якої одна й та сама задача може бути сформульована по-різному залежно від підготовленості групи студентів та їхніх спеціальностей;

— багатоваріантності розв'язання задачі, тобто прагнення ввести в СПЗ такі завдання, розв'язання яких можна здійснити різними методами та реалізувати отримані рішення;

— професійної орієнтації — прагнення наповнити СПЗ задачами, характерними для майбутньої професійної діяльності не тільки за змістом, а й за методами їх розв'язання;

— рефлексії як відображення дидактичної функції прикладної задачі полягає в тому, що в СПЗ є завдання, в яких:

а) виявляється потреба до узагальнення і систематизації математичних фактів;

б) можливе введення нового математичного поняття;

в) розробляється або демонструється певний математичний прийом чи метод.

Таким чином, математичне моделювання в освітньому процесі — це не тільки регулярне виконання практичних завдань з математики, а й насамперед реальні життєві та математичні задачі, пов'язані із застосуванням знань та пошуком розв'язку або розв'язків. Розв'язування прикладних задач за відомими правилами (алгоритмами) доцільно на початку вивчення відповідних дисциплін. Після завершення курсу очікується, що студенти будуть здатні до моделювання більш складних задач професійної спрямованості. При цьому розв'язування прикладної задачі — це сукупність: 1) моделі розв'язання, 2) питань, що виникають під час цього процесу і 3) додаткових умов (*рис. 1.6.2*).

Рис. 1.6.2. Спрощений підхід до розв'язання прикладної задачі

Наприклад, при вивченні диференціальних рівнянь можна запропонувати студентам різних напрямів (математика, комп'ютерні науки, економічні спеціальності) задачу, розв'язувати яку вони будуть по-різному.

Задача № 4. Інвесторами прийнято рішення підтримати підприємство. Протягом року на рахунок підприємства неперервно будуть надходити кошти. Можна вибрати одну зі схем інвестиційної підтримки:

— перераховані кошти рівномірно зростають і до кінця року досягнуть деякого фіксованого значення;

— кошти рівномірно витрачаються від даного фіксованого значення до нуля на кінець року.

Яка із запропонованих схем приведе до випуску більшого обсягу продукції, якщо відомо, що за умови старіння обладнання коефіцієнт вибуття фондів за рік дорівнює 2, а показник повертання інвестицій за цією галуззю складає 40 %?

Студенти економічних спеціальностей можуть самі запропонувати схеми інвестиційної підтримки, а студентам математичних чи ІТ-спеціальностей слід більше зосередитись на застосовуванні математичних методів до побудови моделі та спеціалізованих прикладних програм.

Для студентів комп'ютерних наук та студентів, що займаються дослідженнями у фізіології медицини, можна запропонувати таку задачу (для перших важливим буде з'ясування особливостей застосування обчислювальних методів, для других — використання математичних інструментів).

Задача № 5. Математичну модель імунітету [7] у загальному вигляді можна записати таким чином. Нехай V — кількість антигенів, m — відносна характеристика ураженого органа, F — концентрація антитіл, C — концентрації плазматичних клітин. Тоді динаміка процесу імунодефіциту матиме вигляд:

$$\frac{dV}{dt}=(\beta-\gamma\cdot F)\cdot V,\ \frac{dC}{dt}=\xi(m)\cdot\alpha\cdot F(1-\tau)\cdot V\cdot(t-\tau)-\mu_C\left(C-C^*\right)$$

$$\frac{dF}{dt}=\rho C-\left(\mu_f+\eta\cdot\gamma\cdot V\right)\cdot F,\ \frac{dm}{dt}=\sigma\cdot V\cdot(1-m)-\mu_m m,$$

а критерій самоорганізації:

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t}[\rho_1\sum_{i=1}^{n}\lambda_i(G_i O_2(\xi)-q_i O_2(\xi))^2+\rho_2\sum_{i=1}^{n}\lambda_i(G_i CO_2(\xi)+q_i CO_2(\xi))^2+$$

$$\rho_3\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\left(G_i N_2(\xi)\right)^2+\rho_4 f_k^2\left(m(\xi),V(\xi)\right)\Big]d\xi,$$

де $f_k\left(m(\xi),V(\xi)\right)$ — функція, що характеризує ступінь ураження вірусами органа-мішені k-того тканинного резервуару; ρ_i — коефіцієнт, який характеризує ступінь впливу типу захворювання, що моделюється, на рівень газового гомеостазу, де $G_i O_2(\xi)$, $G_i CO_2(\xi)$, $G_i N_2(\xi)$ — потоки кисню, вуглекислого газу та азоту через капілярно-тканинні мембрани i-тої тканини на момент часу ξ. $q_i O_2(\xi)$,

$q_{1_i}CO_2(\xi)$ — швидкості утилізації кисню та виведення вуглекислого газу з i-тої тканини, коефіцієнти λ характеризують життєву значущість органа, а коефіцієнти ρ є коефіцієнтами чутливості організму до гіпоксії, гіперкапнії та надлишку азоту.

Сучасний процес математичного моделювання складно реалізувати без комп'ютерів. Комп'ютерне моделювання суттєво розширює галузі застосування моделювання та забезпечує всебічний аналіз отриманих результатів. Цифрові інструменти часто використовуються, наприклад, для обробки моделей із багатьма змінними та складними функціями, зменшення розрахункових зусиль, імітації модельованого явища або процесу тощо. Вони можуть виконувати низку завдань у навчанні моделювання, зокрема експериментування та дослідження. Симулятори, які дадуть змогу здійснювати експерименти із моделями, призначені для надання уявлення про реальну систему, представлену в моделі, або в самій моделі. Для цього використовуються різноманітні інструментальні програмні засоби та середовища (Mathcad, Matlab, Mathematica, Maple та ін.), за допомогою яких студенти зможуть зробити ці оцінки в розумні терміни. Наприклад, реальна ситуація може бути перенесена на геометричну модель, яку можна дослідити із використанням програм динамічного геометричного середовища.

Прикладне математичне моделювання, виконане комп'ютером, можна вважати етапом циклу моделювання, в якому тестується і перевіряється чисельна модель, розроблена з математичної моделі, обчислення або оцінка чисельних чи алгебраїчних рішень, порівняння їх з результатами вимірювань тощо. Крім того, цифрові інструменти можуть виконувати візуалізацію безпосередньо при викладанні дисципліни. Наприклад, наведені дані можуть бути представлені в системі координат за допомогою системи комп'ютерної алгебри або програми статистики.

Особливо корисно використання комп'ютера при імітаційному моделюванні, яке є частковим випадком математичного моделювання. Під терміном «імітаційне моделювання» («імітаційна модель») зазвичай мають на увазі обчислення значень характеристик процесу або об'єкта, який неможливо чи дуже складно описати аналітично. Імітаційні моделі належать до класу моделей, які є системою співвідношень між характеристиками описуваного процесу. Останній розвивається в часі шляхом відтворення його перебігу на комп'ютері за допомогою математичної моделі, причому отримати необхідні результати іншими способами або неможливо, або вкрай складно. Найбільш популярними пакетами імітаційного моделювання є: Arena компанії "Rockwell Automation"; AnyLogic компанії "XJ Technologies"; GPSS World фірми "Minuteman Software".

Як було зазначено, математичне моделювання та комп'ютерна реалізація математичних моделей сьогодні є необхідною складовою математичної освіти студентів закладів вищої освіти різних спеціальностей. Проте, враховуючи комплексність та складність цієї компетентності, постає проблема релевантного оцінювання рівня її сформованості. Програмні результати навчання після вивчення курсу моделювання мають включати:

— майстерність застосування окремих компонентів процесу моделювання;

— майстерність застосування всього процесу моделювання;

— здатність ефективно і належним чином сформувати висновки;

— здатність застосовувати відповідні програмні засоби для побудови, аналізу, дослідження моделі.

Також важливими є здатність до аналізу і синтезу, вміння працювати в команді, розвиток наполегливості тощо.

Не всі названі результати можуть бути легко кількісно оцінені. Тим більше, що студенти протягом заняття чи іспиту не встигнуть побудувати повноцінну модель — дійсно значуща проблема моделювання вимагає часу. Тому необхідно чітко визначати, що саме планується оцінювати в цей момент. Наприклад, щоб виявити здатність студентів оцінювати припущення, можна визначити проблему, модель і список можливих припущень. Тоді студенти вибирають лише ті припущення, які мають відношення до проблеми або моделі. Вищий рівень знань і вмінь демонструватимуть студенти, здатні обґрунтувати запропоновані припущення тощо. Для того щоб оцінити здібності студентів у виборі адекватної моделі, можна окреслити їм проблему, навести дані та кілька математичних моделей, а потім запропонувати проранжувати моделі та пояснити свої міркування. Оскільки процес моделювання найкраще здійснюється в групах, саме групові проекти із самооцінюванням та взаємооцінюванням студентами своїх навчальних досягнень можуть бути оптимальними умовами для відпрацювання майстерності.

Процес моделювання може бути непростою справою, особливо для студентів, які раніше ніколи цим не займалися. Тому необхідно заохочувати їх ставити запитання, обмірковувати, звертатись до попереднього досвіду. Ефективним є надання студентам конкретних рекомендацій щодо аналізу й оцінки власної моделі, порада бути конкретними та вдумливо ділитися своєю роботою з іншими. У *табл. 1.6.2* подано можливі рекомендації для студентів, наведені в «Керівництві з оцінювання та інструктажу з навчального математичного моделювання» (GAIMME) [1].

Таблиця 1.6.2

РЕКОМЕНДАЦІЇ СТУДЕНТАМ
ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ПРОЦЕСУ МОДЕЛЮВАННЯ

Компонент моделювання	**Питання про модель і дії при її побудові**	**Модельно-зв'язаний лексичний будівник**
Визначення проблеми	Яку конкретно проблему (задачу) вирішує ваша модель?	Конкретний, фокус
Підготовка	Що ви припустили для вирішення проблеми? Чому ви зробили такий вибір?	Припущення, передбачення
Визначення змінних	Де ви знайшли дані, які використовували у своїй моделі?	Ресурси, цитати
Отримання рішення	Які рисунки, схеми чи графіки можуть допомогти зрозуміти вашу інформацію, модель та результати?	Діаграма, графік, мітки
Аналіз і оцінка моделі	Звідки ви знаєте, що у вас хороша / корисна модель? Чому ваша модель має сенс?	Тестування, перевірка
Результати звітності	Які найважливіші речі для розуміння вашої аудиторії / клієнта щодо вашої моделі та / або рішення?	Клієнт, аудиторія

На останок слід зазначити, що у моделюванні немає єдиної правильної відповіді. Деякі підходи, відповіді та засоби є кращі, ніж інші, у той час як два дуже різних підходи можуть в кінцевому підсумку продемонструвати аналогічний рівень компетентності моделювання. З одного боку, це вимагає високого фахового рівня викладача та ускладнює процес оцінювання, з іншого — відкриває простір для творчості та залученості студентів до процесу навчання.

Висновок. Моделювання прикладних задач у поєднанні з математичними та базовими дисциплінами сприяє, насамперед, поліпшенню фундаментальної підготовки фахівців, яка значною мірою визначає кваліфікаційний рівень спеціаліста, що є конкретним проявом інтеграційних процесів, які відіграють важливу роль у підвищенні практичної підготовки студентів. Здатність до математичного і комп'ютерного моделювання має велике значення для формування системності знань студентів, розкриття механізмів відповідних об'єктів явищ і процесів, у тому числі й тих, що ми не можемо продемонструвати в реальних умовах. Також воно є надзвичайно важливим полем навчальної діяльності студентів різних спеціальностей. Автоматизація експериментів, модельні дослідження, математична обробка результатів та обчислювальні задачі є тими галузями, де може бути застосоване моделювання майбутнім фахівцем у його професійній діяльності.

Подяка. Дослідження, результати якого викладені в статті, частково здійснено в рамках проекту «Партнерство для навчання та викладання математики в університеті» (PLATINUM) програми ЄС Еразмус + КА203 — Стратегічне партнерство для вищої освіти, 2018-1-NO01-KA203-038887. Ця стаття відображає лише погляди авторів, і Єврокомісія не може нести відповідальність за будь-яке використання інформації, вміщеної в розвідці.