

КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ БОРИСА ГРІНЧЕНКА
Факультет інформаційних технологій та управління
Кафедра комп'ютерних наук і математики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Проректор з науково-методичної
та навчальної роботи
О.Б. Жильцов
«01» 09 _____ 2021 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ 1

для студентів

спеціальності 111 Математика

освітнього рівня першого (бакалаврського)

освітньої програми 111.00.01 Математика



Київ – 2021

Розробник: Астаф'єва М. М., кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри комп'ютерних наук і математики

Викладачі: Астаф'єва М. М., кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри комп'ютерних наук і математики

**Робочу програму розглянуто і затверджено на засіданні кафедри
комп'ютерних наук і математики**

Протокол від 26.08.2021 року, № 10

Завідувач кафедри

 О. С. Литвин

**Робочу програму погоджено з гарантом освітньої програми (керівником
освітньої програми 111.00.01 Математика)**

26.08.2021 р.

Керівник освітньої програми

 М. М. Астаф'єва

Робочу програму перевірено

___ . ___ . 20___ р.

Заступник декана

 І. Ю. Мельник

Пролонговано:

на 20__/20__ н.р. _____ (підпис) _____ (ПІБ), «___» 20__ р., протокол № ___

на 20__/20__ н.р. _____ (підпис) _____ (ПІБ), «___» 20__ р., протокол № ___

на 20__/20__ н.р. _____ (підпис) _____ (ПІБ), «___» 20__ р., протокол № ___

на 20__/20__ н.р. _____ (підпис) _____ (ПІБ), «___» 20__ р., протокол № ___

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Характеристика дисципліни за формами навчання		
	денна	заочна	
Вид дисципліни	обов'язкова		
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська		
Загальний обсяг кредитів / годин	11/330		
Курс	1		–
Семестр	1	2	–
Кількість змістових модулів з розподілом:	2	2	–
Обсяг кредитів	6	5	–
Обсяг годин, в тому числі:	180	150	–
Аудиторні	84	70	–
Модульний контроль	12	10	–
Семестровий контроль	30	30	–
Самостійна робота	54	40	–
Форма семестрового контролю	екзамен	екзамен	–

Передумови вивчення: шкільні курси математики (алгебри, геометрії, початків аналізу).

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Обов'язкова навчальна дисципліна «Математичний аналіз 1» циклу формування фахових компетентностей є важливою складовою професійної підготовки здобувачів вищої освіти за спеціальністю 111 «Математика» першого (бакалаврського) освітнього рівня і базовою для вивчення «Математичного аналізу 2» та інших фахових дисциплін: аналітична геометрія, теорія ймовірностей, диференціальні рівняння та динамічні системи, диференціальна геометрія і топологія, комплексний аналіз та операційне числення, функціональний аналіз та варіаційне числення, рівняння математичної фізики.

Метою навчальної дисципліни є надання студентам системних знань з основ класичного аналізу функцій однієї дійсної змінної.

Головними завданнями курсу є домогтися, щоб студенти оволоділи класичними методами математичного аналізу, теоретичними положеннями та

основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики й механіки, їх використання в подальших курсах з математики та механіки, сприяти розвитку логічного та аналітичного мислення студентів, дослідницьких умінь, інструментальних навичок, формувати в них такі загальні та спеціальні компетентності¹:

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-1);
- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК-2);
- знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК-3);
- здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово (ЗК-4);
- здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК-7);
- здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК-8);
- здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК-9);
- здатність працювати в команді (ЗК-10);
- здатність працювати автономно (ЗК-12);
- визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків (ЗК-13);
- здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (СК-1);
- здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі (СК-2);
- здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (СК-3);
- здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих (СК-4);
- здатність до кількісного мислення (СК-5);
- здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем (СК-6);
- здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (СК-8);

¹ Відповідно до нової редакції Освітньої програми 111.00.01 Математика першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, затвердженої Вченою радою Університету 27.08.2020 р., протокол №7, і введеною в дію з 01.09.2020 р. (наказ від 27.08.2020 р., № 434)

- здатність застосовувати математичні факти, теореми, методи й алгоритми, пакети програмного забезпечення до розв'язування прикладних задач із різних сфер життєдіяльності людини й суспільства (СК-11).

З метою формування практичних умінь і навичок комплексного використання знань з різних тем навчальної дисципліни й суміжних дисциплін (елементарна математика, алгебра, геометрія) та застосування методів математичного аналізу до розв'язування прикладних задач з різних галузей, в тому числі й нематематичних, практичні заняття в обсязі 8 годин (4 години – у першому семестрі і 4 години – у другому семестрі) проводяться у формі лабораторних робіт в **Центрі живої математики**.

Тема заняття	Дата проведення	Форма проведення	Результати
Повне дослідження функції та побудова графіка	16-й тиждень першого семестру	лабораторна робота	Компетентності*: ЗК-1–3, 8, 10, 12; СК-1, 2, 6, 8, 11. Практичні уміння: - уміння проводити повне дослідження функції і будувати її графік
Оптимізаційні задачі практичного змісту	16-й тиждень першого семестру	лабораторна робота	Компетентності: ЗК-1–3, 8, 10, 12; СК-1, 2, 6, 8, 11. Практичні уміння: - уміння використовувати похідну до розв'язування задач на найбільше та найменше значення
Наближені методи обчислення інтегралів	8-й тиждень другого семестру	лабораторна робота	Компетентності: ЗК-1–3, 8, 10, 12; СК-1, 2, 6, 8, 11.
Застосування інтегралів до розв'язування прикладних задач	8-й тиждень другого семестру	лабораторна робота	Компетентності: ЗК-1–3, 8, 10, 12; СК-1, 2, 6, 8, 11.

*Відповідно до Освітньої програми 111.00.01 Математика першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, затвердженої Вченою радою Університету 23.03.2017 р., протокол №3, і введеною в дію з 01.09.2017 р. (наказ від 26.05.2017 р., № 348)

3. Результати навчання за дисципліною

Результати навчання. За підсумками вивчення навчальної дисципліни «Математичний аналіз 1» студент має **оволодіти**:

- знаннями про множини, зокрема, дійсних чисел, числові послідовності, границю числової послідовності, функцію однієї змінної, границю й неперервність, диференціальне числення функції однієї змінної, невизначений та визначений інтеграли, невласні інтеграли, числові та функціональні, зокрема, степеневі, ряди;

- уміннями виконувати операції над множинами, доводити їх рівність, виконувати операції з дійсними числами, обчислювати границі числових послідовностей, границі функцій, з'ясовувати неперервність функції, розв'язувати задачі диференціального числення функції однієї змінної та застосовувати апарат диференціального числення до практичних задач (наближені обчислення, дослідження властивостей функцій, дослідження на екстремуми, знаходження найбільших та найменших значень функції, обчислення границь), обчислювати інтеграли, обчислювати та досліджувати на збіжність невласні інтеграли, застосовувати апарат інтегрального числення до прикладних задач, досліджувати на збіжність числові та функціональні ряди, знаходити розвинення функції в степеневий ряд, застосовувати ряди у практичних задачах;

- здатністю використовувати раціональні способи пошуку та використання інформації, включаючи засоби електронних інформаційних мереж, використовувати інформаційні ресурси, у тому числі електронні, для побудови і розв'язання деяких математичних моделей.

Таким чином вивчення дисципліни «Математичний аналіз 2», разом з іншими математичними дисциплінами освітньої програми, забезпечує досягнення студентами таких програмних **результатів навчання**:

- знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці (РН-1);

- знати принципи *modus ponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modus tollens* (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень (РН-3);

- розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми (РН-4);

- пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефакхівців у галузі математики (РН-7);

- здійснювати професійну письмову й усну комунікацію українською мовою та однією з іноземних мов (PH-8);
- розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (PH-10);
- розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (PH-11);
- знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї дійсної змінної (PH-13);
- уміти формалізувати задачі певної предметної галузі, формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод та алгоритм вирішення (PH-21).

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів, тем		Усього	Розподіл годин між видами робіт		
			Аудиторна		Самостійна
			Лекцій	Практ./лаборат.	
Семестр 1.					
Змістовий модуль 1. Вступ до аналізу					
Тема 1.	Елементи теорії множин та дійсні числа	18	8	4	6
Тема 2.	Функції	14	4	4	6
Тема 3.	Границя числової послідовності	22	6	8	8
Тема 4.	Границя і неперервність функції	20	6	8	6
	Модульний контроль	6			
	Разом	80	24	24	26
Змістовий модуль 2. Диференціальне числення функції однієї змінної					
Тема 5.	Похідна і диференціал функції однієї змінної	28	8	10	10
Тема 6.	Застосування похідної	36	8	6/4*	18
	Модульний контроль	6			
	Разом	70	16	20	28
	Семестровий контроль	30			
	Разом за Семестр 1	180	40	44	54
Семестр 2					
Змістовий модуль 3. Інтегральне числення функції однієї змінної					
Тема 7.	Невизначений інтеграл	32	8	12	12
Тема 8.	Визначений інтеграл та його застосування	32	8	8/4*	12
	Модульний контроль	6			
	Разом	70	16	24	24
Змістовий модуль 4. Ряди					
Тема 9.	Числові ряди	22	8	6	8
Тема 10	Функціональні послідовності та ряди. Степеневий ряд	24	8	8	8
	Модульний контроль	4			
	Разом	50	16	14	16
	Семестровий контроль	30			
	Разом за Семестр 2	150	32	38	40
	Усього за навчальним планом	330	72	82	124

* По 4 години практичних занять у кожному семестрі проводяться у формі лабораторних робіт в Центрі живої математики.

5. Програма навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Вступ до аналізу

Тема 1. Елементи теорії множин та дійсні числа

Поняття про множину. Операції над множинами. Доповнення множин. Закони двоїстості. Декартів добуток множин. Підмножина. Рівні множини. Еквівалентні множини. Властивості відношення еквівалентності. Числові множини. Множини натуральних, цілих, раціональних чисел. Задача про вимірювання відрізків. Означення ірраціонального числа. Дійсні числа. Властивості множини дійсних чисел. Відповідність між множиною точок числової прямої і множиною всіх дійсних чисел. Теорема Кантора про стягну систему вкладених відрізків. Модуль дійсного числа. Дії над дійсними числами. Межі числових множин. Гранична точка множини.

Тема 2. Функції

Загальне поняття відображення або функції. Образ та прообраз. Способи задання функції. Поняття оборотності функції. Критерій оборотності. Дійсна функція дійсної змінної. Графік функції. Означення оберненої функції та суперпозиції функцій. Основні класи функцій (обмежені, монотонні, парні, непарні, періодичні). Елементарні функції. Параметричне задання функції.

Тема 3. Границя числової послідовності

Числова послідовність як функція натурального аргументу. Означення границі числової послідовності. Властивості збіжних послідовностей. Нескінченно малі і нескінченно великі послідовності. Теореми про границі. Границя монотонної послідовності. Число ϵ . Підпослідовності. Часткові границі. Теорема Больцано-Вейерштраса. Фундаментальні послідовності та критерій Коші збіжності послідовності.

Тема 4. Границя і неперервність функції

Границя функції на нескінченності. Границя функції в точці. Рівносильність означень за Коші і за Гейне. Властивості функції, яка має границю в точці. Основні теореми про границі. Критерій Коші існування границі функції в точці. Границя по множині, односторонні границі. Нескінченно малі і нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих. Еквівалентні нескінченно малі. Важливі границі. Границя і асимптоти кривої. Означення неперервної в точці функції. Властивості функцій, неперервних в точці, операції над неперервними в точці функціями. Точки розриву і їх класифікація. Точки розриву монотонної функції, умова неперервності монотонної функції. Поняття неперервної функції на множині.

Властивості функцій, неперервних на відрізку та деякі їх застосування. Рівномірна неперервність. Неперервність елементарних функцій.

Змістовий модуль 2.

Диференціальне числення функції однієї змінної

Тема 5. Похідна і диференціал функції однієї змінної

Задачі, що приводять до поняття похідної. Означення похідної функції в точці. Механічний та геометричний зміст. Поняття диференційованості функції в точці та диференціювання. Зв'язок диференційованості з неперервністю функції. Критерій диференційованості. Диференціал, його геометричний зміст. Формула нескінченно малих приростів. Інваріантність форми диференціала. Диференційовність на проміжку. Похідні основних елементарних функцій. Таблиця похідних та правила диференціювання. Похідна складної та оберненої функції. логарифмічне диференціювання. Диференціювання параметрично заданих функцій. Основні теореми диференціального числення: теореми Ферма, Ролля, Лагранжа і Коші. Похідні і диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца. Формула Тейлора для многочлена і формула Тейлора із залишковим членом у формі Пеано і у формі Лагранжа.

Тема 6. Застосування похідної

Приклади застосування основних теорем диференціального числення. Застосування диференціала в теорії і практиці наближених обчислень. Правила Лопіталя, розкриття невизначеностей. Критерій сталості функції. Дослідження монотонності функції за допомогою похідних. Екстремуми функції, необхідні і достатні умови екстремуму. Задачі на найбільше і найменше значення функції. Напрями опуклості і точки перегину кривої. Схема повного дослідження функції і побудова графіка.

Змістовий модуль 3.

Інтегральне числення функції однієї змінної

Тема 7. Невизначений інтеграл

Поняття первісної. Основна властивість первісної. Невизначений інтеграл, властивості. Теорема про середнє. Таблиця основних інтегралів. Основні методи інтегрування. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування ірраціональних функцій, підстановки Ейлера, підстановки Чебишева. Інтегрування тригонометричних функцій.

Тема 8. Визначений інтеграл та його застосування

Площа криволінійної трапеції. Визначений інтеграл і необхідна умова його існування. Суми Дарбу та їх властивості. Критерій інтегрованості функції за Ріманом. Класи інтегрованих функцій. Властивості визначеного інтеграла. Інтеграл із змінною верхньою межею інтегрування. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної у визначеному інтегралі та інтегрування частинами. Невласні інтеграли I та II родів. Застосування визначеного інтеграла в геометрії та фізиці. Теореми Гульдіна.

Змістовий модуль 4. Ряди

Тема 9. Числові ряди

Означення числового ряду, збіжності, суми. Залишок ряду. Необхідна умова збіжності. Приклади. Елементарні властивості збіжних рядів. Додатні ряди, критерій збіжності. Достатні ознаки збіжності додатних рядів: порівняння, Даламбера, Коші, інтегральна ознака Коші. Знакозмінний ряд, ознака Лейбніца. Ряди з довільними членами. Абсолютна та умовна збіжність. Властивості абсолютно та умовно збіжних рядів. Ознаки Діріхле та Абеля збіжності рядів з довільними членами. Добуток рядів за Коші. Теорема про добуток двох абсолютно збіжних рядів.

Тема 10. Функціональні послідовності та ряди. Степеневий ряд

Поняття функціональної послідовності та функціонального ряду. Рівномірна збіжність функціональної послідовності. Критерій Коші рівномірної збіжності. Рівномірна збіжність функціонального ряду, ознака Вейерштрасса. Властивості рівномірно збіжних функціональних рядів. Степеневі ряди. Радіус, інтервал, область збіжності степеневого ряду. Теорема Коші-Адамара. Властивості степеневого ряду. Ряд Тейлора. Розвинення елементарних функцій в ряд Тейлора. Наближені обчислення з допомогою рядів.

6. Контроль навчальних досягнень

6.1. Система оцінювання навчальних досягнень студентів

Перший семестр

Вид діяльності студента	Максимальна к-сть балів за одиницю	ЗМ 1		ЗМ 2	
		Кількість одиниць	Максимальна кількість балів	Кількість одиниць	Максимальна кількість балів
Відвідування лекцій	1	12	12	8	8
Відвідування практичних занять	1	12	12	10	10
Робота на практичному занятті	10	1*	10	1*	10
Практичне заняття у формі лабораторної роботи (в тому числі допуск, виконання, захист)	10	-	-	2	20
Домашня розрахунково-графічна робота (ІНДЗ)	30	-	-	1	30
Виконання модульної роботи	25	1	25	1	25
Колоквіум	30	1	30	-	-
Разом		-	89	-	103
Максимальна кількість балів		192			
Розрахунок коефіцієнта: $60:192=0,313$		$192 \times 0,313 + 40 = 100$ балів			

* На практичному занятті оцінюється усна або / та письмова відповідь, ураховується також виконання домашнього завдання. За кожний змістовий модуль студент може отримати максимально 10 балів і це число балів є середнім арифметичним (округленим до цілого) балів, отриманих на тих практичних заняттях даного змістового модуля, де він був опитаний і оцінений. Якщо цей середній арифметичний показник менший, ніж 6 балів, студент має відповідні теми модуля опрацювати і в індивідуальному порядку здати викладачу; іншими видами робіт бали не компенсуються.

Другий семестр

Вид діяльності студента	Максимальна к-сть балів за одиницю	ЗМ 3		ЗМ 4	
		Кількість одиниць	Максимальна кількість балів	Кількість одиниць	Максимальна кількість балів
Відвідування лекцій	1	8	8	8	8
Відвідування практичних занять	1	12	12	7	7
Робота на практичному занятті	10	1*	10	1*	10
Практичне заняття у формі лабораторної роботи (в тому числі допуск, виконання, захист)	10	2	20	-	-
Домашня розрахунково-графічна робота (ІНДЗ)	30	-	-	1	30
Виконання модульної роботи	25	1	25	1	25
Колоквіум	30	1	30	-	-
Разом		-	105	-	80
Максимальна кількість балів		185			
Розрахунок коефіцієнта: $60:185=0,32$		$185 \times 0,32 + 40 = 100$ балів			

* На практичному занятті оцінюється усна або / та письмова відповідь, ураховується також виконання домашнього завдання. За кожний змістовий модуль студент може отримати максимально 10 балів і це число балів є середнім арифметичним (округленим до цілого) балів, отриманих на тих практичних заняттях даного змістового модуля, де він був опитаний і оцінений. Якщо цей середній арифметичний показник менший, ніж 6 балів, студент має відповідні теми модуля опрацювати і в індивідуальному порядку здати викладачу; іншими видами робіт бали не компенсуються.

6.2. Завдання для самостійної роботи та критерії її оцінювання

Завдання для самостійної роботи в позааудиторний час даються студентам на кожному практичному занятті і складаються з двох частин: теоретична підготовка та розв'язування задач.

Теоретична підготовка передбачає опрацювання конспекту лекцій та рекомендованої лектором літератури, унаслідок чого студент має усвідомити, можливо, з'ясувати геометричний (фізичний, економічний тощо) зміст і запам'ятати основні поняття, факти та твердження, навчитися доводити ті факти (твердження), доведення яких є обов'язковим, самостійно відтворити наведені розв'язання задач, виконати (можливі) інші рекомендації та завдання лектора щодо опрацювання теоретичного матеріалу (наприклад, самостійно за

підручником опрацювати певний матеріал і зробити конспект; повторити за шкільний курс математики елементарні функції тощо).

Пропоновані на домашнє завдання задачі і вправи призначені для закріплення набутих на практичному занятті з даної теми умінь і навичок. При розв'язуванні задач і вправ можна користуватися друкованими посібниками, матеріалами лекції, попереднього практичного заняття, обговорювати розв'язання з одногрупниками, а, у разі необхідності, звернутися за консультацією до викладача.

Виконання домашнього завдання, як правило, окремо не оцінюється, а перевіряється на черговому практичному занятті і оцінка за його виконання може бути врахована при виставленні оцінки за роботу на практичному занятті.

Завдання позааудиторних **розрахунково-графічних робіт** (по одній у кожному семестрі) є індивідуалізованими; їх виконання оцінюється 30 балами (максимальна кількість балів за кожну задачу вказана у завданні). Завдання РГР видає студентам викладач на першому в семестрі практичному занятті. За умови отримання менше, ніж 18 балів, розрахунково-графічна робота має бути виконана повторно за іншими завданнями.

У першому семестрі передбачений **колоквіум** за теоретичним матеріалом першого (з двох) змістових модулів. На колоквіумі студент має продемонструвати знання й розуміння понять, фактів та умінь доводити передбачені програмою теореми. Максимально можлива кількість балів за відповідь на колоквіумі – 30: знання понять (уміння сформулювати означення, розуміння змісту поняття) – 10 балів; знання фактів (уміння формулювати теореми, записати формули; здатність пояснити їх суть: дати геометричну інтерпретацію, навести контрприклад тощо) – 10 балів; уміння довести запропоновану теорему – 10 балів. За умови отримання менше, ніж 18 балів, колоквіум має бути складений повторно.

Примірні варіанти розрахунково-графічних робіт

Перший семестр

1. Знайти точки розриву функції та з'ясувати їх характер:

$$\text{а) } y = 11^{4+x}; \quad \text{б) } y = \begin{cases} -2x, & \text{якщо } -\infty < x \leq 0; \\ x^2 + 1, & \text{якщо } 0 < x \leq 1; \\ 2, & \text{якщо } 1 < x < \infty. \end{cases}$$

(3 бали)

2. Знайти похідну $\frac{dy}{dx}$:

а) $y = \operatorname{tg} 3x - 3x$; б) $y = \arccos \sqrt{\frac{2}{x}}$; в) $y = e^{x^2+1}$;

г) $y = \ln\left(\frac{x^3}{6^x}\right)$; д) $y = (\operatorname{arctg} 3x)^{x^2}$; е) $y = (1 + \operatorname{tg}^2 x)e^{\operatorname{arctg}^2 x}$.

(6 балів)

3. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}$.

(2 бали)

4. Провести повне дослідження функції і побудувати її графік:

а) $y = \ln(x^2 + 4x + 5)$; б) $y = 2 - \sqrt[3]{x-1}$.

(8 балів)

5. Потрібно викопати яму конічної форми (воронку) з твірною $a = 3 \text{ м}$. При якій глибині об'єм воронки буде найбільшим?

(3 бали)

6. Знайти наближене значення функції:

$y = (x^3 - 2x + 1)(x^2 - 3)$, при $x = 2,003$.

(2 бали)

7. Знайти $\frac{dy}{dx}$; $\frac{d^2y}{dx^2}$, якщо функція задана параметрично: $\begin{cases} x = \ln t, \\ y = t^m. \end{cases}$

(2 бали)

8. Знайти методом дотичних і методом хорд наближене значення коренів рівняння $x^3 + 2x - 11 = 0$, використовуючи програмне забезпечення Microsoft Excel.

(4 бали)

Другий семестр

1. Обчислити інтеграл:

а) $\int (x^2 - 1)^5 x dx$; б) $\int x \cdot 2^x dx$; в) $\int \frac{x^2 + 1}{x(x+1)(x-1)} dx$;

$$\text{г) } \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}; \quad \text{д) } \int \cos^3 x \sin x dx; \quad \text{е) } \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+x+1}}.$$

2. Знайти площу фігури, обмеженої віссю абсцис і лініями $y = \arcsin x$ і $y = \arccos x$.
3. Знайти площу поверхні, утвореної обертанням дуги тангенсоїди $y = \operatorname{tg} x$ від точки $(0; 0)$ до точки $\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$ навколо осі абсцис.
4. Знайти статичні моменти фігури, обмеженої кривою $y = \sqrt{x-2}$, віссю абсцис та прямою $x = 3$, відносно осі абсцис.
5. Дослідити на збіжність інтеграл: а) $\int_1^{\infty} \frac{x^3 + 1}{x^4} dx$.
6. Використовуючи програмне забезпечення Microsoft Excel, за формулою Сімпсона (при $n=10$) обчислити наближено $\ln 10 = \int_1^{10} \frac{dx}{x}$ та оцінити похибку наближення.
7. Дослідити ряди на збіжність:
 - а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^7}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3n}$.
8. Знайти область збіжності ряду: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x+1)^n}{n}$.

Максимальна кількість балів за одне завдання – 2.

Теми / питання, що виносяться на Колоквіум – перший семестр

1. Поняття множини, підмножини. Дії над множинами, закони двоїстості, декартів добуток множин. Еквівалентність множин. Рівність множин.
2. Загальне поняття відображення або функції, поняття образу та прообразу, оберненої функції, суперпозиції функцій, графіка функції.
3. Задача про вимірювання довжини відрізка, означення ірраціонального числа, означення дійсного числа.
4. Властивості множини дійсних чисел.
5. Числова пряма і координати точок. Теорема Кантора про вкладені відрізки.

6. Порівняння дійсних чисел, означення арифметичних операцій над дійсними числами.
7. Означення точної верхньої і точної нижньої межі числової множини, теорема про характеризацію точних меж, теорема про існування точних меж.
8. Означення границі послідовності, теорема про єдиність границі, теорема про обмеженість збіжної послідовності.
9. Теорема про три послідовності, теорема про арифметичні операції над збіжними послідовностями.
10. Поняття монотонної послідовності і теорема про існування границі монотонної послідовності, число e .
11. Підпослідовності, часткові границі послідовності, верхня і нижня границі послідовності, теорема про існування монотонної підпослідовності.
12. Означення фундаментальної послідовності та критерій Коші.
13. Означення границі функції в точці (на нескінченності) за Коші і за Гейне, теорема про рівносильність означень Коші і Гейне.
14. Односторонні границі, критерій Коші існування границі функції в точці.
15. Означення еквівалентності нескінченно малих, означення порядку однієї функції відносно другої.
16. Означення неперервної функції в точці і на множині, теореми про арифметичні операції над неперервними функціями.
17. Теорема про неперервність суперпозиції, про існування і неперервність оберненої функції.
18. Властивості неперервних на відрізку функцій.
19. Точки розривів функції і їх класифікація, теорема про розриви монотонної функції.
20. Теорема про неперервність елементарних функцій.

6.3. Форми проведення модульного контролю та критерії оцінювання

Модульний контроль проводиться у формі контрольної роботи та / або тестування в системі Moodle і оцінюється 25 балами. Кількість балів за кожну задачу (вправу, питання) вказана безпосередньо у завданні. За умови отримання менше, ніж 15 балів, контрольна робота виконується повторно.

6.4. Форми проведення семестрового контролю та критерії оцінювання

Формою підсумкового контролю у кожному семестрі є **екзамен**, який проводиться у письмовій формі. Екзаменаційна оцінка в балах (максимально 100 балів) є сумою результату поточного контролю за семестр (60 балів) та відповіді на екзамені (40 балів). Екзаменаційний білет містить 4 питання (завдання). Теоретичних питань у білеті два, одне із яких передбачає з'ясування змісту певного поняття, а друге – доведення певного факту.

Практичні завдання – задачі (вправи), по одній із кожного з двох змістових модулів. Відповідь на кожне із запитань / завдань білета оцінюється за 10-бальною шкалою (див. нижче).

10-бальна шкала оцінювання

Кількість балів	Значення оцінки (характеристика відповіді)
10	Відмінний рівень знань (умінь), відповідь повна, вичерпна й достатньо обґрунтована з, можливими, незначними недоліками
9	Достатньо високий рівень знань (умінь), відповідь без суттєвих (грубих) помилок, але не містить повних обґрунтувань
8	В цілому добрий рівень знань (умінь), відповідь містить незначну кількість несуттєвих помилок
7	Посередній рівень знань (умінь), відповідь містить багато недоліків та / або незначну кількість помилок
5–6	Мінімально допустимий рівень знань (умінь), що характеризується недостатньою обґрунтованістю, фрагментарністю; відповідь неповна, містить недоліки та помилки
3–4	Незадовільний рівень знань, що виявляється у формальному запам'ятанні деяких понять і фактів, без належного їх розуміння, нездатності застосувати такі знання при розв'язанні задач.
0–2	Незадовільний рівень знань (умінь), що виявляється у неспроможності відтворити означення понять та формулювання теорем, невмінні розв'язувати задачі або відповідь взагалі відсутня.

Увага! При виконанні усіх видів самостійних робіт і на контрольних заходах необхідно дотримуватися принципів академічної доброчесності. У разі виявлення фактів академічної недоброчесності виконана робота (частково чи повністю) не зараховується і студент зобов'язаний виконати та захистити / здати її повторно.

6.5. Орієнтовний перелік теоретичних питань для семестрового контролю

Перший семестр

1. Множини, дії над множинами, еквівалентність множин.
2. Множина дійсних чисел: означення, властивості.
3. Межі числових множин; точні верхня та нижня межа, їх умови існування та властивості.
4. Функції: означення, класи функцій; елементарне дослідження функції. Елементарні функції.
5. Границя числової послідовності, основні теореми про границі. Критерій Коші збіжності. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності. Теорема про еквівалентність нескінченно малих.
6. Теорема про границю монотонної обмеженої послідовності. Число e .
7. Неперервність функції в точці і на множині, властивості неперервних в точці функцій, теореми про арифметичні операції над неперервними функціями.
8. Теорема про неперервність суперпозиції, про існування і неперервність оберненої функції. Теорема про неперервність елементарних функцій.
9. Властивості неперервних на відрізку функцій.
10. Точки розривів функції і їх класифікація, теорема про розриви монотонної функції.
11. Похідна функції однієї змінної: задачі, що приводять до похідної, означення, властивості.
12. Диференціал та його застосування.
13. Похідні і диференціали вищих порядків.
14. Теореми про середнє.
15. Правила Лопіталю.
16. Формула Тейлора.
17. Екстремуми та монотонність функції, їх зв'язок з похідною.
18. Точки перегину та напрями опуклості графіка функції (зв'язок з похідними).

Другий семестр

1. Поняття первісної, основна властивість первісної, невизначений інтеграл, властивості, таблиця невизначених інтегралів.
2. Методи інтегрування: заміна змінної, інтегрування частинами.

3. Розклад раціональної функції на елементарні дробы методом невизначених коефіцієнтів.
4. Інтегрування елементарних дробів.
5. Інтегрування раціональної функції від синуса і косинуса, універсальна тригонометрична підстановка.
6. Інтегрування ірраціональних виразів, біноміальних диференціалів, підстановки Ейлера.
7. Означення верхньої та нижньої сум Дарбу і інтегральної суми, визначеного інтеграла, нижнього і верхнього інтегралів.
8. Функція, інтегровна за Ріманом на відрізку, властивості сум Дарбу, критерій інтегрованості.
9. Необхідна умова інтегровності, класи інтегровних функцій, теореми про інтегровність монотонної неперервної та обмеженої і неперервної, за винятком скінченного числа точок розриву, функцій.
10. Лінійність і адитивність інтеграла Рімана, теорема про середнє значення.
12. Означення інтеграла зі змінною верхньою межею, теореми про неперервність і диференційовність, теорема про існування первісної, формула Ньютона-Лейбніца.
13. Заміна змінної й інтегрування частинами у визначеному інтегралі.
14. Означення криволінійної трапеції і формула для обчислення її площі, площі плоских фігур у декартових та полярних координатах.
15. Диференціал довжини дуги. Обчислення довжини дуги кривої.
16. Обчислення об'ємів.
17. Обчислення площі поверхні тіла обертання.
18. Статичні моменти і координати центра мас.
19. Теореми Гульдїна.
20. Обчислення роботи і тиску.
21. Означення числового ряду, необхідні умови збіжності, геометричний ряд, гармонічний ряд, узагальнений гармонічний ряд.
22. Елементарні властивості числових рядів.
23. Критерій Коші збіжності числового ряду.
24. Критерій збіжності для числових рядів з невід'ємними членами, ознаки порівняння, Даламбера, Коші, Раабе, інтегральна Коші для додатних рядів.
25. Означення абсолютної і умовної збіжності ряду, теореми про абсолютно і умовно збіжні ряди.
26. Знакозмінний ряд. Ознака Лейбніца. Ряд Лейбніца.
27. Теореми про групування та перестановку членів абсолютно і умовно збіжного рядів.
28. Добуток рядів за Коші.
29. Поняття поточної та рівномірної збіжності функціональної послідовності, ряду.
30. Критерій Коші рівномірної збіжності.

31. Означення області збіжності функціонального ряду, ознака Вейерштраса рівномірної збіжності функціональних рядів.

32. Теореми про неперервність суми, почленне інтегрування, граничний перехід і почленне диференціювання функціонального ряду.

33. Означення степеневому ряду, теорема Коші-Адамара, радіус збіжності і інтервал збіжності.

34. Теорема про рівномірну збіжність степеневому ряду, теореми про властивості сум степеневих рядів,

35. Ряд Тейлора. Розвинення елементарних функцій в ряд Тейлора.

Пропоновані на екзамені практичні завдання передбачають перевірку умінь:

а) перший семестр

виконувати операції над множинами, доводити рівність множин; виконувати дії над дійсними числами; знаходити границі числових послідовностей; досліджувати властивості функцій елементарними методами, будувати графіки функцій методом геометричних перетворень, «читати» графіки функцій; обчислювати границі функцій, досліджувати функції на неперервність; використовувати диференціальне числення для дослідження функцій, побудови графіків, наближених обчислень, розв'язування задач на найбільше та найменше значення.

б) другий семестр

обчислювати невизначені та визначені інтеграли, застосовувати інтеграл Рімана до знаходження площ плоских фігур, довжин дуг кривих, об'ємів тіл, площ поверхонь тіл обертання, знаходження координат центра мас, статичних моментів; досліджувати на абсолютну та умовну збіжність числові ряди, досліджувати на рівномірну збіжність функціональні ряди, знаходити радіус, інтервал, область збіжності степеневому ряду, розкладати функції в степеневі ряди, використовувати ряд Тейлора для наближених обчислень.

6.6. Шкала відповідності оцінок

6.6. Шкала відповідності оцінок

Рейтингова оцінка	Оцінка за стобальною шкалою	Значення оцінки
A	90 – 100 балів	Відмінно – відмінний рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу з можливими незначними недоліками
B	82-89 балів	Дуже добре – достатньо високий рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу без суттєвих (грубих) помилок
C	75-81 балів	Добре – в цілому добрий рівень знань (умінь) з незначною кількістю помилок

D	69-74 балів	Задовільно – посередній рівень знань (умінь) із значною кількістю недоліків, достатній для подальшого навчання або професійної діяльності
E	60-68 балів	Достатньо – мінімально можливий допустимий рівень знань (умінь)
FX	35-59 балів	Незадовільно з можливістю повторного складання – незадовільний рівень знань, з можливістю повторного перескладання за умови належного самостійного доопрацювання
F	1-34 балів	Незадовільно з обов’язковим повторним вивченням курсу – досить низький рівень знань (умінь), що вимагає повторного вивчення дисципліни

7. Навчально-методична карта дисципліни (семестр 1-й)

Всього: 180 год., з них лекції – 40 год., практичні заняття – 44 год., модульний контроль – 12 год., самостійна робота – 54 год., підсумковий контроль – 30 год. (екзамен)

Тиждень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
Зм. модуль	ЗМ 1									ЗМ 2									
Назва ЗМ	Вступ до аналізу									Диференціальне числення функції однієї змінної									
Лекції (№)	1,2,3	4	5, 6	7	8, 9	10	11	12		13, 14	15	16	17, 18	19	20				
Пр. зан. (№)		1, 2	3	4, 5	6	7, 8	9, 10	11, 12	МК		13, 14	15	16	17	18, 19	20, 21	22	МК	
Теми лекцій	Елементи теорії множин та дійсні числа	Дійсні числа (продовження)	Функції. Числові послідовності.	Границя числової послідовності	Границя числової послідовності (продовж.)	Границя і неперервність функції	Власт. функцій, неперервних на відрізку	Власт. функцій, неперервних на відрізку (продовження)		Похідна і диференціал	Основні теореми диф. числення	Похідні і диференціали вищих порядків. Формула Тейлора	Застосування похідної	Застосування похідної (продовження)	Застосування похідної (продовження)				
Теми практичних занять		Множини. Дії над множинами	Функції: означення, властивості. Елемент. ф-ції	Побудова графіків методом геометричних перетворень. Числові послідовності	Границя числової послідовності	Границя числової послідовн. (продовження)	Обчислення границь	Границя і неперервність функції	Модульна КР №1		Обчислення похідних та диференціалів. Механічний та геометричний зміст.	Застосування основних теорем диференціального числення	Обч. похідних парам. та неявно заданих ф-цій. Логарифм. диф.-ння	Похідні і диференціали вищих порядків	Застосув. диф. до набл. обч. Правила Лопітала. Формула Тейлора	Лабораторна робота №1	Оптимізаційні задачі практичного змісту	Модульна КР №2	

Навчально-методична карта дисципліни (семестр 2-й)

Всього: 150 год., з них лекції – 32 год., практичні заняття – 38 год., модульний контроль – 10 год., самостійна робота – 40 год., підсумковий контроль – 30 год. (екзамен)

Тиждень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Зм. модуль	ЗМ 3									ЗМ 4								
Назва ЗМ	Інтегральне числення функції однієї змінної									Ряди								
Лекції (№)	1,2	3	4	5, 6	7	8				9, 10	11, 12	13	14	15	16			
Пр. зан. (№)		1	2	3	4	5, 6	7, 8, 9	10, 11, 12	МК		11	12	13, 14	15	16	17	18, 19	МК
Теми лекцій	Невизначений інтеграл. Осн. методи інтегрування	Інтегрування рац. дробів	Інтегрув. ірраціональних та тригоном. ф-цій	Визначений інтеграл: означ., власт, обчислен.	Невласні інтеграли	Застосув. визн. інтеграла				Числовий ряд. Власт. збіжн. рядів. Абсол. та ум збіжн. Критерій Коші	Додатні ряди. Знакозмінні ряди. Недодатні ряди	Функціональні послід. та ряди. Рівномірна збіжн.	Степеневі ряди.	Ряд Тейлора	Ряд Тейлора (продовження)			
Теми практичних занять		Основні методи інтегрування	Інтегрування раціональних функцій	Інтегрування ірраціональних функцій	Інтегрування тригонометричних функцій	Обчислення інтегралів різними методами	Обч. визначеного інтеграла. Невласні інтеграли	Застосування визн. інтеграла Лабораторна робота №3	Модульна КР №3		Числовий ряд. Дослідж. збіжн. за означ. Необх. умова збіжності	Додатні ряди.	Недодатні ряди.	Рівном. зб. функц. ряду. Ознака Вейєрштрасса	Степеневий ряд: область збіжності	Степеневий ряд: область збіжності	Ряд Тейлора та його застосування	Модульна КР №4

8. Рекомендовані джерела

Основні

1. Давидов М.О. Курс математичного аналізу. Ч. 1. – К.: Вища шк., 1990.
2. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Котлова В.М. Вища математика. Книга 1. – К: Либідь, 2010. **(бібліотека)**
3. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т. 1. – М.: Наука, 1968.
4. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М: Наука, 1971.
5. Математичний аналіз у задачах і прикладах: У 2-х ч.: Навчальний посібник для студентів вузів / Л.І. Дюженкова, Т.В. Колесник та ін. – К: Вища школа, 2003. – Ч. 1. **(бібліотека)**
6. Шкіль М.І., Колесник Т.В. Вища математика. Книга 2. – К: Либідь, 2010. **(бібліотека)**

Додаткові

7. Давыдов Н.А., Коровкин П.П., Никольский В.Н. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Просвещение, 1981.
8. Дороговцев А.Я., Математичний аналіз, т.І, Київ, Либідь, 1993.
9. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Наука, 1969.
10. Задачник по курсу математического анализа. Ч. I / Под ред. Виленкина Н.Я. – М., 1971.

9. Додаткові ресурси

ЕНК «Математичний аналіз 1» (MAT_1)

<http://elearning.kubg.edu.ua/course/view.php?id=8084>