

УКРАЇНА



СВІДОЦТВО

про реєстрацію авторського права на твір

№ 120385

Навчальний посібник «ПОПОВНЕННЯ РОДИНИ РАДІУСІВ. Авторські задачі з розв'язками»

(вид, назва твору)

Автор(и) Гетманенко Людмила Миколаївна

(повне ім'я, псевдонім (за наявності))

Дата реєстрації 7 липня 2023 р.

В.о. директора
Державної організації
«Український національний
офіс інтелектуальної власності
та інновацій»



М.П.

Ігор ПАРЕНЧУК




ГЕТМАНЕНКО Л. М.

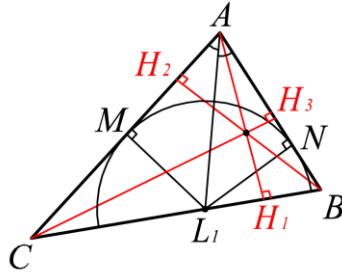
ПОПОВНЕННЯ РОДИНИ РАДІУСІВ

Авторські задачі з розв'язками

НАВЕДЕНІ ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗКІВ
АВТОРСЬКИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ.

ДЛЯ УЧНІВ 8-11 КЛАСІВ З
ПОГЛИБЛЕНИМ ВИВЧЕННЯМ
ГЕОМЕТРІЇ, ЇХ ВЧИТЕЛІВ, А ТАКОЖ
ТИХ, ХТО ЗАХОПЛЮЄТЬСЯ
ГЕОМЕТРІЄЮ.





$\triangle ABC$ – трикутник;

$(L_1; \rho_a = L_1M)$ – півколо, радіуса L_1M ; з центром L_1 ;

AL_1 – бісектриса кута A ;

$AH_1 = h_a$ – висота, проведена з вершини A до сторони BC ;

$BH_2 = h_b$ – висота, проведена з вершини B до сторони AC ;

$CH_3 = h_c$ – висота, проведена з вершини C до сторони AB ;

r – радіус вписаного кола у трикутник ABC ;

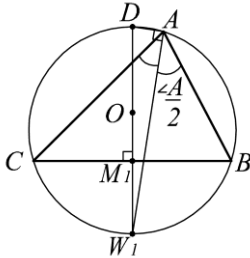
r_a – радіус зовнішнього кола, що дотикається до сторони BC і продовження AC і AB .

1. Дано: R_a ; r ; R

Побудувати: $\triangle ABC$

1) $R_a = \frac{2 \cdot r \cdot r_a}{r_a + r} \Rightarrow r_a$;

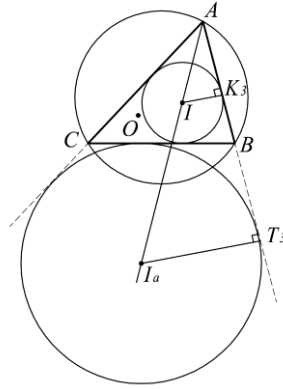
2) r_a ; $r \Rightarrow M_1W_1$;



3) M_1W_1 ; $2R \Rightarrow CW_1^2$;

4) $\triangle CW_1M_1$ (M_1W_1 ; CW_1) $\Rightarrow \angle M_1CW_1 = \frac{\angle A}{2}$; $CM_1 = \frac{a}{2}$;

5) a ; $\angle A$; $r \Rightarrow \triangle ABC$.



$$IK_3 = r$$

$$I_aT_3 = r_a$$

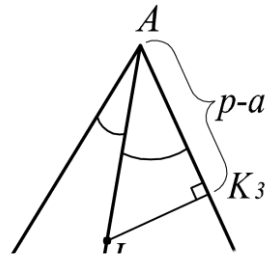
2. Дано: R_a ; p ; r

Побудувати: $\triangle ABC$

1) $\frac{1}{r} - \frac{1}{R_a} = \frac{p}{s} - \frac{b+c}{2s} = \frac{2p}{2s} - \frac{2p-a}{2s} =$

$$\frac{a}{2s} = \frac{1}{h_a} \Rightarrow h_a$$

2) p ; $r \Rightarrow S$;

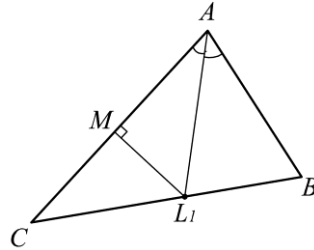


$$AK_3 = p - a$$

$$IK_3 = r$$

- 3) $S; h_a \Rightarrow a;$
- 4) $p - a; r \Rightarrow \angle A;$
- 5) $a; \angle A; h_a \Rightarrow \Delta ABC.$

3. Дано: $R_a; l_a; a$
 Побудувати: ΔABC

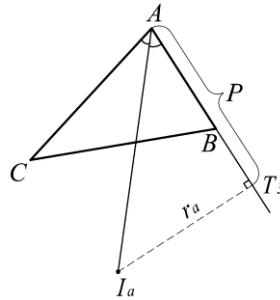


- 1) $R_a; l_a \Rightarrow \angle A;$
- 2) $\angle A; a; l_a$ (задача Паппа);
 \Downarrow
 $\Delta ABC.$

$$L_1M = R_a$$

$$AL_1 = l_a$$

4. Дано: $R_a; p; r_a$
 Побудувати: ΔABC



- 1) $p; r_a \Rightarrow \angle A;$
- 2) $R_a; \frac{\angle A}{2} \Rightarrow l_a;$
- 3) $\frac{1}{R_a} - \frac{1}{r_a} = \frac{b+c}{2S} - \frac{p-a}{S} = \frac{2p-a}{2S} - \frac{2(p-a)}{2S} = \frac{1}{h_a} \Rightarrow h_a;$
- 4) $h_a; \angle A; l_a \Rightarrow \Delta ABC.$

5. Дано: R_a ; r ; $\angle A$

Побудувати: $\triangle ABC$

$$1) \frac{1}{r} - \frac{1}{R_a} = \frac{p}{s} - \frac{b+c}{2s} = \frac{2p}{2s} - \frac{2p-a}{2s} = \frac{a}{2s} = \frac{1}{h_a} \Rightarrow h_a;$$

$$2) R_a; \frac{\angle A}{2} \Rightarrow l_a;$$

$$3) l_a; h_a; \angle A \Rightarrow \triangle ABC.$$

6. Дано: R_a ; r_a ; $\angle A$

Побудувати: $\triangle ABC$

$$1) \frac{1}{R_a} - \frac{1}{r_a} = \frac{b+c}{2s} - \frac{p-a}{s} = \frac{2p-a}{2s} - \frac{2(p-a)}{2s} = \frac{1}{h_a} \Rightarrow h_a;$$

$$2) \angle A; h_a; r_a \Rightarrow \triangle ABC.$$

7. Дано: R_a ; h_a ; a

Побудувати: $\triangle ABC$

$$1) \frac{1}{R_a} + \frac{1}{h_a} = \frac{b+c}{2s} + \frac{a}{2s} = \frac{p}{s} = \frac{1}{r} \Rightarrow r;$$

$$2) a; h_a \Rightarrow S;$$

$$3) S; r \Rightarrow p;$$

$$4) (p - a); r \Rightarrow \frac{\angle A}{2};$$

$$5) \angle A; a; h_a \Rightarrow \Delta ABC.$$

8. Дано: $R_a; AW_1; \angle A$

Побудувати: ΔABC

$$1) R_a; \angle A \Rightarrow l_a;$$

$$2) l_a; AW_1 \Rightarrow bc$$

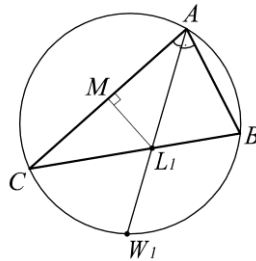
$$(bc = AW_1 \cdot l_a);$$

$$3) AW_1; \frac{\angle A}{2} \Rightarrow \frac{b+c}{2}$$

$$(AW_1 = \frac{b+c}{2}) \Rightarrow b + c;$$

$$4) (bc); (b + c) \Rightarrow b; c;$$

$$5) b; c; \angle A \Rightarrow \Delta ABC.$$

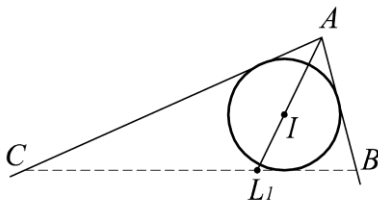


$$AL_1 = l_a$$

$$L_1M = R_a$$

9. Дано: $R_a; AI; r$

Побудувати: ΔABC



(дотична до кола з точки L_1)

- 1) $AI; r \Rightarrow \frac{\angle A}{2};$
- 2) $\angle A; R_a \Rightarrow l_a;$
- 3) $\angle A; l_a; r \Rightarrow \Delta ABC.$

10. Дано: $R_b; R_c; h_a$

Побудувати: ΔABC

- 1) $\frac{1}{R_b} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_c} \Rightarrow \frac{1}{h_c} \Rightarrow h_c;$
- 2) $\frac{1}{R_c} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} \Rightarrow \frac{1}{h_b} \Rightarrow h_b;$
- 3) $h_a; h_b; h_c \Rightarrow \Delta ABC.$

11. Дано: $R_b; b + c; \angle A$

Побудувати: ΔABC

$$1) \left(\frac{b+c}{2 \cos \frac{\angle A}{2}} = AW_1 \right) b + c; \angle A \Rightarrow AW_1;$$

↓

(формула Архімеда)

- 2) $AW_1; \angle A; R_a$ (задача №8, див. вище) $\Rightarrow \Delta ABC.$

12. Дано: $R_a; R_b; R_c$

Побудувати: $\triangle ABC$

$$1) \begin{cases} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} = \frac{1}{R_c} \\ \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{R_b} \\ \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{R_a} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{h_a}; \frac{1}{h_b}; \frac{1}{h_c} \Rightarrow h_a; h_b; h_c;$$

2) $h_a; h_b; h_c \Rightarrow \triangle ABC$.

13. Дано: $R_a; b; c$

Побудувати: $\triangle ABC$

1) $R_a; (b + c) \Rightarrow S$

$$\left(S = \frac{1}{2}(b + c)R_a \right);$$

2) $S; b; c \Rightarrow \angle A;$

3) $b; \angle A; c \Rightarrow \triangle ABC$.

14. Дано: $R_a; \angle A; a$

Побудувати: $\triangle ABC$

1) $R_a; \frac{\angle A}{2} \Rightarrow l_a;$

2) $l_a; a; \angle A \Rightarrow \triangle ABC$.

15. Дано: R_a ; a ; h_b

Побудувати: $\triangle ABC$

$$1) \left(\frac{1}{R_a} = \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} \right) \frac{1}{R_a}; \frac{1}{h_b} \Rightarrow \frac{1}{h_c} \Rightarrow h_c;$$

$$2) h_c; a \Rightarrow \angle B;$$

$$3) h_b; a \Rightarrow \angle C;$$

$$4) \angle B; \angle C; a \Rightarrow \triangle ABC.$$

16. Дано: R_a ; r ; $\frac{|\angle B - \angle C|}{2}$

Побудувати: $\triangle ABC$

$$1) \frac{1}{r} - \frac{1}{R_a} = \frac{p}{s} - \frac{b+c}{2s} = \frac{1}{h_a} \Rightarrow h_a;$$

$$2) h_a; \frac{|\angle B - \angle C|}{2} \Rightarrow l_a;$$

$$3) R_a; l_a \Rightarrow \frac{\angle A}{2};$$

$$4) l_a; h_a; \angle A \Rightarrow \triangle ABC.$$

17. (Задача Фурсенко В. Б., розв'язок авторський)

Дано: h_b ; h_c ; r

Побудувати: $\triangle ABC$

$$1) \frac{1}{r} - \left(\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} \right) = \frac{p}{s} - \left(\frac{b}{2s} + \frac{c}{2s} \right) = \frac{p}{s} - \left(\frac{2p-a}{2s} \right) =$$

$$= \frac{2p - 2p + a}{2s} = \frac{a}{2s} = \frac{1}{h_a}$$

↓

$h_a;$

2) $h_b; h_c; h_a \Rightarrow \Delta ABC.$

18. Дано: $\rho_a; \rho_b; \rho_c$

Побудувати: ΔABC

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} = \frac{1}{\rho_c}; \\ \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{\rho_b}; \\ \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{\rho_a} \end{array} \right. \Rightarrow h_a; h_b; h_c \Rightarrow \Delta ABC.$$

19. (Задача Фурсенко В. Б., розв'язок авторський)

Дано: $h_b; h_c; r_a$

Побудувати: ΔABC

$$1) \left(\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} \right) - \frac{1}{r_a} = \frac{2p-a}{2s} - \frac{(p-a)}{s} =$$

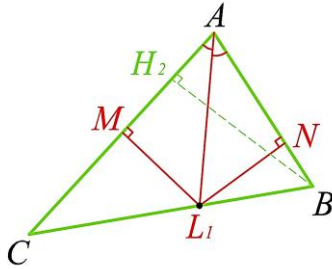
$$= \frac{2p-a-2p+2a}{2s} = \frac{a}{2s} = \frac{1}{h_a} \Rightarrow h_a;$$

2) $h_a; h_b; h_c \Rightarrow \Delta ABC.$

20. (Задача Фурсенко В. Б., розв'язок авторський)

Дано: $h_b; h_c; l_a$

Побудувати: $\triangle ABC$



$$1) \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{b+c}{2S} = \frac{1}{\rho_a} = \frac{1}{ML_1};$$

$$2) \triangle AML_1 (AL_1; ML_1 = \rho_a) \Rightarrow \angle \frac{A}{2} \Rightarrow \angle A;$$

$$3) \triangle AH_2B (BH_2 = h_b; \angle A) \Rightarrow c;$$

$$\triangle CH_2A (CH_2 = h_c; \angle A) \Rightarrow b;$$

$$4) b, c, \angle A \Rightarrow \triangle ABC.$$