

СТВОРЕННЯ В СЕРЕДОВИЩІ MS EXCEL ШАБЛОНІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАВДАНЬ З ІНТЕГРУВАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ДРОБІВ

Сергій РАДЧЕНКО

Київський столичний університет імені Бориса Грінченка, Україна

s.radchenko@kubq.edu.ua

<https://orcid.org/0000-0002-6930-5801>

Марія АСТАФ'ЄВА

Київський столичний університет імені Бориса Грінченка, Україна

m.astafieva@kubq.edu.ua

<https://orcid.org/0000-0002-2198-4614>

Анатолій МАЗУР

Київський столичний університет імені Бориса Грінченка, Україна

avmazur.fitm24@kubq.edu.ua

<https://orcid.org/0009-0000-6952-9437>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. У процесі навчання математичного аналізу, незалежно від форми організації освітнього процесу, важливу роль відіграють тренувальні вправи, спрямовані на вироблення й удосконалення практичних умінь і навичок. Зокрема, при вивченні інтегрування раціональних дробів виникає потреба у великій кількості однотипних задач, які були б методично коректними, обчислювально помірними та орієнтованими на формування відповідних алгоритмічних умінь. Практика показує, що набір числових параметрів у таких завданнях, взятий довільно, часто призводить до ускладнених обчислень з дробовими чи ірраціональними числовими виразами, що не відповідає дидактичній меті тренувальних вправ. Це зумовлює актуальність розробки формалізованих підходів до моделювання завдань, які б відповідали наперед заданим дидактичним вимогам.

Матеріали і методи. Для вирішення поставленої проблеми було проведено аналіз теоретичних і практичних результатів українських і зарубіжних дослідників та практиків щодо розробки математичних завдань. Для створення шаблонів використовувалася програма MS Excel з подальшим оформленням умов і результатів у текстовому редакторі LaTeX.

Результати. Побудовано набір шаблонів для автоматизовано генерування масивів тренувальних завдань з контрольованою складністю та наперед заданими методичними характеристиками. Показано, що використання таких шаблонів дозволяє уникати некоректних або дидактично небажаних варіантів, підвищує ефективність самостійної роботи студентів і значно спрощує підготовку навчальних матеріалів.

Висновки. Створення шаблонів у середовищі MS Excel для моделювання завдань з інтегрування раціональних дробів є ефективним інструментом формування навчального контенту для самостійного тренування студентів. Запропонований підхід поєднує математичну коректність, методичну доцільність і технологічну доступність, що робить його придатним для використання в освітньому процесі з математичного аналізу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: шаблони для моделювання математичних завдань; MS Excel; LaTeX; математичний аналіз; інтегрування раціональних дробів.

MS EXCEL TEMPLATES FOR MODELING PROBLEMS ON INTEGRATION OF RATIONAL FUNCTIONS

Serhiy RADCHENKO

Borys Grinchenko Kyiv Metropolitan University, Ukraine

s.radchenko@kubq.edu.ua

<https://orcid.org/0000-0002-6930-5801>

Mariia Astafieva

Borys Grinchenko Kyiv Metropolitan University, Ukraine

m.astafieva@kubq.edu.ua

<https://orcid.org/0000-0002-2198-4614>

Anatoly MAZUR

Borys Grinchenko Kyiv Metropolitan University, Ukraine

avmazur.fitm24@kubq.edu.ua

<https://orcid.org/0009-0000-6952-9437>

ABSTRACT

Problem statement. In the process of teaching mathematical analysis, regardless of the form of educational organization, training exercises play an essential role in developing and improving students' practical skills and abilities. In particular, when studying the integration of rational functions, there is a need for a large number of similar tasks that are methodologically correct, computationally moderate, and focused on the formation of appropriate algorithmic skills. Practice shows that an arbitrary choice of numerical parameters in such tasks often leads to cumbersome calculations involving fractional or irrational expressions, which does not correspond to the didactic purpose of training exercises. This determines the relevance of developing formalized approaches to task modeling that meet predefined didactic requirements.

Materials and methods. To address the stated problem, an analysis of theoretical and practical results of Ukrainian and international researchers and practitioners concerning the design of mathematical tasks was conducted. MS Excel was used to create task templates, followed by formatting the problem statements and solutions using the LaTeX typesetting system.

Results. A set of templates for the automated generation of collections of training tasks with controlled complexity and predefined methodological characteristics has been developed. It is shown that the use of such templates makes it possible to avoid incorrect or didactically undesirable variants, increases the effectiveness of students' independent work, and significantly simplifies the preparation of instructional materials.

Conclusions. The development of templates in the MS Excel environment for modeling tasks on the integration of rational functions is an effective tool for creating educational content aimed at students' independent practice. The proposed approach combines mathematical correctness, methodological appropriateness, and technological accessibility, which makes it suitable for use in teaching mathematical analysis.

KEYWORDS: templates for modeling mathematical tasks; MS Excel environment; LaTeX; mathematical analysis; integration of rational functions.

ВСТУП

Постановка проблеми. Створюючи інформаційне середовище для моделювання пакетів математичних завдань, ми ставимо перед собою дві взаємопов'язані цілі: по-перше, конструювати задачі, розв'язання яких не потребує надмірно складних арифметичних обчислень, оскільки такі обчислення не є основною дидактичною метою; по-друге, використовувати прості й загальнодоступні інструменти – програмне середовище Excel та текстовий редактор LaTeX. Зазначена проблема доволі успішно розв'язується у випадку завдань з лінійної алгебри, яким притаманна виражена алгоритмічність (операції з матрицями, обчислення визначників, знаходження власних чисел і власних векторів тощо), що дає змогу ефективно конструювати шаблони для однотипних завдань. Натомість багатовимірність і варіативність об'єктів математичного аналізу, чутливість їх математичної коректності до незначних змін параметрів, а також суттєва концептуальна складова відповідних задач роблять застосування шаблонного методу в математичному аналізі методично більш складним і ресурсомістким, що й зумовлює підвищену науково-педагогічну цінність розробок шаблонів для генерування завдань з цієї навчальної дисципліни.

Аналіз актуальних досліджень.

Навчальні задачі та вправи дуже важливі у навчанні математики, адже саме в процесі розв'язування задач відбувається узгодження процедурних навичок із концептуальним розумінням, що забезпечує цілісне засвоєння навчального матеріалу, усвідомлення природи математичної діяльності. Саме тому численні дослідження присвячені проблемам створення практичних завдань, тренувальних вправ при вивченні математичних дисциплін. Актуальний огляд відповідних досліджень щодо розробки завдань у математичній освіті, аналіз нових ідей наведені в колективній монографії (Watson & Ohtani (Eds.), 2015). Зокрема, автори дослідження (Kieran та ін., 2021) аналізують процес проектування завдань в математичній освіті за останні десятиліття, взаємозв'язки між викладанням, дослідженням та проектуванням, формулюють деякі загальні рекомендації щодо рамок та принципів розробки завдань і майбутніх досліджень, пов'язаних із розробкою.

Великий масив досліджень присвячений вивченню і виявленню потенціалу цифрових інструментів у розробці навчальних математичних завдань (Leung & Baccaglioni-Frank (Eds.), 2017; Bokhove, 2017; Gierl & Lai, 2016), технологій, що підтримують персоналізацію в умовах змішаного навчання в закладах вищої освіти (Alamri та ін., 2021).

Проблеми підготовки вчителів (викладачів) до проектування якісних математичних завдань, зокрема, й із використанням цифрових інструментів, професійного розвитку педагогів у зазначеному напрямку розглядаються в (Zaslavsky & Sullivan (Eds.), 2011; Joubert, 2016).

Ряд робіт пропонують підходи й інструменти розробки й автоматичного генерування багатоваріантних математичних завдань одного й того ж типу різного цільового призначення: для вироблення чи поновлення певних практичних навичок, для диференціації навчання за рівнем складності, для формування індивідуальних траєкторій навчання тощо. Так, у статті (Zaika та ін., 2021) автори розглядають онлайн-інструменти (Kahoot, Quizizz, Classtime) для створення математичних тестів, які доцільно використовувати під час викладання математики у вищій та загальній середній школі як у форматі очного, так і дистанційного online-навчання, роблять їх порівняльний аналіз, наводять конкретні приклади застосування. Дослідження (Sangwin & Grove, 2006; Astafieva та ін., 2024) стосуються використання STACK; для створення адаптивних математичних завдань, програмування дерева відповідей та автоматичного їх оцінювання STACK використовує систему комп'ютерної алгебри Maxima. Методика генерування в середовищі системи Maple завдань з інтегрування частинами невизначених інтегралів пропонується в статті (Михалевич та ін., 2008).

Безпосередньо створенню шаблонів для автоматизованого генерування пакетів математичних завдань присвячені дослідження (Радченко, 2021; Vodnenko та ін., 2021; Круглова & Диховичний, 2025). Круглова Н. та Диховичний О. розробляють програми-шаблони з використанням сервісів Wolfram Mathematica 14.0 (для складних символічних обчислень), GeoGebra (для графічних і геометричних завдань), R (для статистичних і ймовірнісних завдань) та Excel (для створення масових варіантів завдань і експорту даних). Середовище, у якому створюють шаблони автори дослідження (Радченко, 2021; Vodnenko та ін., 2021), міститься у звичайному файлі Excel і ніяк не пов'язане з програмуванням, що робить запроповану ними методику доступною ширшому колу розробників. Крім того, вона не потребує спеціальної й постійної технологічної підтримки. У зазначених дослідженнях наведені приклади генерування завдань з лінійної алгебри.

Мета статті. Описати технологію створення в середовищі Excel шаблонів для генерування завдань з інтегрування раціональних дробів, що відповідають заздалегідь визначеним дидактичним вимогам, та проілюструвати їх використання на конкретних прикладах.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Процес інтегрування правильного раціонального дробу $\frac{P(x)}{Q(x)}$, де степінь полінома $P(x)$ менший за степінь полінома $Q(x)$, передбачає подання його у вигляді суми так званих елементарних дробів (дробів вигляду: $\frac{A}{x-a}$; $\frac{A}{(x-\alpha)^k}$; $\frac{Mx+N}{x^2+px+q}$; $\frac{Mx+N}{(x^2+px+q)^s}$, де $p^2 - 4q < 0$) та знаходження суми первісних кожного з доданків. Зазначимо, що розклад правильного раціонального дробу на елементарні практично можливий, якщо вдається розкласти його знаменник на множники: лінійні та квадратні тричлени, які не мають дійсних нулів. Тут піде мова про моделювання саме таких правильних раціональних дробів. Крім того, коефіцієнти поліномів $P(x)$ та $Q(x)$ обиратимемо з множини цілих чисел та ще й такими, щоб нулі полінома $Q(x)$ були дійсними цілими та/або комплексно спряженими з цілими дійсною та уявною частинами. Ця дидактична вимога має за мету мінімізувати зусилля на арифметичні дії з «незручними» дробами чи ірраціональними числами.

Завдання розкладу правильного раціонального дробу на елементарні, а отже й завдання з інтегрування, слід розбити на окремі групи у залежності від нулів знаменника (усі нулі дійсні, різні; усі нулі дійсні, але серед них є кратні; усі нулі прості, але серед них є дійсні і комплексно спряжені; нулі лише комплексні прості; серед комплексних нулів є кратні) та степенів чисельника й знаменника дробу (чисельник першого, а знаменник другого степеня; чисельник першого, а знаменник третього степеня; чисельник другого, а знаменник третього степеня тощо), і для кожного з таких випадків будувати шаблон.

Щоб сформувати шаблон для певного типу завдання рухаємося з кінця, від очікуваного (тобто запланованого) результату. Пояснимо сказане на конкретному прикладі. Будемо моделювати правильний раціональний дріб, знаменник якого є поліномом третього степеня, який має три простих нулі, а чисельник – квадратний тричлен. Тоді

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{ax^2 + bx + c}{x^3 + mx^2 + nx + l} = \frac{A}{x - \alpha} + \frac{B}{x - \beta} + \frac{C}{x - \gamma}.$$

Звівши до спільного знаменника дробу у правій частині цієї рівності, матимемо:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{(A + B + C)x^2 - (A(\beta + \gamma) + B(\alpha + \gamma) + C(\alpha + \beta))x + \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma}{x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma)x - \alpha\beta\gamma}.$$

Звідси отримуємо значення усіх коефіцієнтів дробу $\frac{P(x)}{Q(x)}$, який пропонуватиметься для інтегрування:

$$a = A + B + C; b = A(\beta + \gamma) + B(\alpha + \gamma) + C(\alpha + \beta); c = \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma;$$

$$m = -(\alpha + \beta + \gamma); n = (\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma); l = -\alpha\beta\gamma.$$

Тобто, цілочисельний кортеж $\langle A, B, C, \alpha, \beta, \gamma \rangle$ однозначно задає шістку коефіцієнтів дробу $\frac{P(x)}{Q(x)}$.

Внесена інформація в MS Excel має блочну структуру і є основою для побудови документу LaTeX з подальшою конвертацією у формат PDF. Блочна форма організації числової інформації дозволяє збільшувати кількість однотипних масивів (без втрати їх функціональності) простим копіюванням.

Масив даних в середовищі MS Excel може мати такий вигляд (Рис. 1):

A	B	C	α	β	γ	A+B+C	$\beta+\gamma$	$\alpha+\gamma$	$\alpha+\beta$	$\beta\gamma$	$\alpha\gamma$	$\alpha\beta$	$\alpha\beta\gamma$	A($\beta+\gamma$)	B($\alpha+\gamma$)	C($\alpha+\beta$)	$\alpha+\beta+\gamma$	$\alpha\beta\gamma$
-4	-5	-3	3	2	3	-12	5	6	5	6	9	6	18	-20	-30	-15	8	18
-4	-1	5	1	-4	1	0	-3	2	-3	-4	1	-4	-4	12	-2	-15	-2	-4
3	-4	2	-2	3	-2	1	1	-4	1	-6	4	-6	12	3	16	2	-1	12
-5	4	5	1	3	-3	4	0	-2	4	-9	-3	3	-9	0	-8	20	1	-9
-2	2	-4	2	4	-3	-4	1	-1	6	-12	-6	8	-24	-2	-2	-24	3	-24
4	2	3	4	3	4	9	7	8	7	12	16	12	48	28	16	21	11	48
2	-5	-2	-4	-1	1	-5	0	-3	-5	-1	-4	4	4	0	15	10	-4	4
-1	2	-4	-3	2	3	-3	5	0	-1	6	-9	-6	-18	-5	0	4	2	-18

Рис. 1. Фрагмент масиву даних в середовищі MS Excel. Джерело: авторська розробка

Дані масиву надходять в область формування текстового документу, який містить, разом із числовими даними та коментарями, команди текстового редактора LaTeX. Автоматично створюється упорядкована послідовність комірок, у кожній із яких міститься необхідна змістова частина майбутнього документу (текстова, числова або службова). Зазначимо, що вміст кожної комірки цієї послідовності не пов'язаний із вмістом її інших комірок. Командою CONCATENATE «склеюємо» комірки послідовності, щоб утворити документ (чи фрагмент документу), організованого за правилами редактора LaTeX. Опишемо, наприклад, механізм побудови одного із фрагментів, що є результатом «склеювання» послідовності десяти комірок командою CONCATENATE(O5;P5;Q5;R5;S5;T5;U5;V5;W5;X5), де кожна комірка послідовності має свою будову: O5=" \int \frac{"; P5="=J5"; Q5="x"; R5=""+"; S5="K5"; T5="}{x^2+";

U5="L5";V="x+"; W5="M5"; X5="}dx". Результат такого «склеювання» в MS Excel виглядатиме формульним кодом: $\int \frac{14x+42}{x^2+2x+17} dx$. В редакторі LaTeX, після конвертації у формат PDF, ми побачимо формулу (Рис. 2).

$$\int \frac{14x + 42}{x^2 + 2x + 17} dx$$

Рис. 2. Візуальний образ відповідного формульного коду. Джерело: авторська розробка

Важливо зазначити, що «склеювати» можна не лише комірки, а й окремі змістові блоки (послідовності комірок) чи їх фрагменти одного й того ж або різних шаблонів.

Розглянемо ще один приклад. Опишемо процес створення шаблону для завдання типу: «знайти інтеграл $\int \frac{Mx+N}{x^2+px+q} dx$, де $p^2 - 4q < 0$ ». Рухаємося, як і в попередньому випадку, в зворотному напрямі, тобто – від запланованого результату до умови задачі. Запишемо послідовність очевидних перетворень:

$$\begin{aligned} \int \frac{Mx + N}{x^2 + px + q} dx &= \frac{M}{2} \int \frac{2x + p + \frac{2N}{M} - p}{x^2 + px + q} dx = \\ &= \frac{M}{2} \ln(x^2 + px + q) + \frac{M}{2} \left(\frac{2N}{M} - p \right) \int \frac{dx}{\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + q - \frac{p^2}{4}} = \\ &= \frac{M}{2} \ln(x^2 + px + q) + \frac{M}{2} \left(\frac{2N}{M} - p \right) \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x + \frac{p}{2}}{a}, \text{ де } a^2 = q - \frac{p^2}{4}. \end{aligned}$$

Підберемо коефіцієнти M, N, p, q так, щоб у процесі обчислення інтеграла використовувалися якомога простіші перетворення, переважно з цілими числами. Для цього доцільно вимагати виконання таких умов:

- а) $M = 2k, k \in Z$; тоді $\frac{M}{2}$ – ціле;
- б) $\frac{2N}{M} = \frac{2N}{2k} = \frac{N}{k}$ – ціле, якщо $N = kl$, де $l \in Z$;
- в) з умови $q - \frac{p^2}{4} = a^2$, щоб задовольнити вимогу «цілочисельності», маємо: $p = 2n, n \in Z; q = n^2 + a^2$.

Отже, всі коефіцієнти самої задачі, її розв'язку, а також проміжних результатів будуть цілими числами, якщо M, N, p, q виражаються через цілі k, l, n, a відповідно до співвідношень, отриманих у пунктах а–в.

У результаті побудови документа методом шаблонів у середовищі MS Excel та його подальшої конвертації у формат PDF, здійсненої за допомогою редактора LaTeX, на основі числової бази випадкових величин автоматично формується типографське подання математичних співвідношень – від початкової постановки задачі до кінцевого результату. Наприклад, автоматично згенерована формульна розмітка мовою LaTeX, що описує співвідношення між невизначеним інтегралом раціонального дробу та результатом його інтегрування (без проміжних перетворень)

$$\int \frac{10x+25}{x^2+4x+13} dx = 5 \ln(x^2+4x+13) + \frac{5}{3} \operatorname{arctg} \frac{x+2}{3} + C,$$

трансформується у звичне типографське зображення формули у форматі PDF (рис. 3).

$$\int \frac{10x + 25}{x^2 + 4x + 13} dx = 5 \ln(x^2 + 4x + 13) + \frac{5}{3} \operatorname{arctg} \frac{x + 2}{3} + C$$

Рис. 3. Візуальне подання відповідного формульного коду, автоматично сформоване під час конвертації документа з MS Excel у формат PDF. Джерело: авторська розробка

Застосування описаного методу не потребує від укладача завдань жодних додаткових «ручних» обчислень чи перетворень. Достатньо, після оновлення таблиці в середовищі MS Excel, скопіювати вміст лише однієї комірки та передати його до редактора LaTeX, після чого одним натисканням відповідної команди автоматично формується повноцінний документ. У результаті отримуємо пакет вправ будь-якого обсягу, відформатований відповідно до типографських норм. Оскільки кожне оновлення аркуша MS Excel генерує нові числові дані й відповідні їм варіанти завдань у форматі PDF, імовірність повторення варіантів є практично нульовою.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Розроблена технологія створення шаблонів у середовищі MS Excel дозволяє ефективно моделювати завдання з інтегрування раціональних дробів із наперед заданими дидактичними характеристиками. Застосування пропонуваного підходу забезпечує коректність, обчислювальну помірність і придатність завдань для масового тренування, що робить його доцільним для використання в навчальному процесі з математичного аналізу.

Подальші дослідження можуть бути спрямовані на розширення набору шаблонів для інших класів інтегралів, а також адаптацію до інших тем математичного аналізу, де важливо поєднати масовість тренувальних вправ із контролем їх методичної якості.

КОНФЛІКТ ІНТЕРЕСІВ

Автори підтверджують відсутність фінансових, особистих чи інших інтересів, що можуть розглядатися як потенційний конфлікт інтересів щодо публікації цієї статті.

ФІНАНСУВАННЯ

Робота виконана без фінансової підтримки з боку будь-яких організацій

ДОСТУПНІСТЬ ДАНИХ

Це дослідження не передбачало використання окремих наборів даних.

ВИКОРИСТАННЯ ЗАСОБІВ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Під час підготовки цієї роботи автори не використовували інструменти штучного інтелекту.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Круглова, Н., Диховичний, О. (2025). Застосування ІКТ у створенні програм-шаблонів для генерації тестових завдань з вищої математики. *Інформаційні технології і засоби навчання*, 108(4). 175–192 . <https://doi.org/10.33407/itlt.v108i4.6130>
2. Михалевич, В.М., Крупський, Я.В. & Шевчук, О.І. (2008). Математичні моделі генерування завдань з інтегрування частинами невизначених інтегралів. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, 1. 116–122.
3. Радченко, С.П. (2021). Алгоритми генерування математичних завдань методом шаблонів. У *Теоретичні та практичні аспекти використання математичних методів та інформаційних технологій в освіті й науці: колективна монографія* (заг. ред. О. Литвин). (92–114). Київ. ун-т ім. Б. Грінченка. <https://doi.org/10.28925/9720213284km>
4. Alamri, H. A., Watson, S., Watson, W. (2021). Learning Technology Models that Support Personalization within Blended Learning Environments in Higher Education. *TechTrends* 65. 62–78. <https://doi.org/10.1007/s11528-020-00530-3>.
5. Astafieva, M., Hlushak, O. & Lytvyn, O. (2024). Using STACK to support adaptive mathematics learning in LMS Moodle. *IX International Workshop on Professional Retraining and Life-Long Learning using ICT (ICTERI 2024)*. 30–41. <https://ceur-ws.org/Vol-3781/>
6. Bodnenko, D., Lytvyn ,O., Radchenko, S., Proshkin, V. (2021). The templates methods in e-learning of higher mathematics. In *E-learning in the Time of COVID-19: monograph*. (199–209). Katowice-Cieszyn, University of Silesia in Katowice.
7. Bokhove, C. (2017) Supporting Variation in Task Design Through the Use of Technology. In *Digital Technologies in Designing Mathematics Education Tasks*. 239–257. https://doi.org/10.1007/978-3-319-43423-0_12
8. Gierl, M., Lai, H. (2016). A process for reviewing and evaluating generated test items. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 35(4). 6–20. <https://doi.org/10.1111/emip.12129>
9. Joubert, M. (2016). Revisiting Theory for the Design of Tasks: Special Considerations for Digital Environments. In *Digital Technologies in Designing Mathematics Education Tasks* (A. Leung , A. Baccaglini-Frank (Eds.)). 17–40. https://doi.org/10.1007/978-3-319-43423-0_2
10. Kieran, C., Doorman, M. & Ohtani, M. (2021). Frameworks and Principles for Task Design. In *Task Design In Mathematics Education* (A. Watson, M. Ohtani (eds.)). New ICMI Study Series.19–81. https://doi.org/10.1007/978-3-319-09629-2_2
11. Leung, A., Baccaglini-Frank, A. (Eds.). (2017). *Digital Technologies in Designing Mathematics Education Tasks. Potential and Pitfalls*. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-43423-0>
12. Sangwin, C., Grove M. (2006). STACK: addressing the needs of the neglected learners. / *Proceedings of the Web Advanced Learning Conference and Exhibition, WebALT*, p. 81-96
13. Watson, A., Ohtani, M. (Ed.) (2015). *Task design in mathematics education an ICMI Study* 22. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-09629-2>
14. Zaika, O., Vakaliuk, T., Riabko, A., Kukharchuk, R., Mintii, I. & Semerikov, S. (2021). Selection of online tools for creating math tests. *AREdu 2021: 4th International Workshop on Augmented Reality in Education*, at Kryvyi Rih, Ukraine. 82–106. <https://doi.org/10.31812/123456789/4594>
15. Zaslavsky, O., Sullivan, P. (Eds.). (2011). *Constructing knowledge for teaching: Secondary mathematics tasks to enhance prospective and practicing teacher learning*. New York: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-09812-8>

REFERENCES

1. Kruglova, N., Dykhovychnyi, O. (2025). Application of ICT in creating template programs for generating test tasks in higher mathematics. *Information Technologies and Learning Tools*, 108(4). 175–192. <https://doi.org/10.33407/itlt.v108i4.6130> (in Ukrainian)
2. Mykhalevych, V.M., Krupsky, Ya.V. & Shevchuk, O.I. (2008). Mathematical models for generating tasks on integration by parts of indefinite integrals. *Bulletin of Vinnytsia Polytechnic Institute*, 1. 116–122. (in Ukrainian)

3. Radchenko, S.P. (2021). Algorithms for generating mathematical tasks using the template method. In *Theoretical and practical aspects of the use of mathematical methods and information technologies in education and science: collective monograph* (ed. by O. Lytvyn). (92–114). Kyiv. B. Grinchenko University. <https://doi.org/10.28925/9720213284km> (in Ukrainian)
4. Alamri, H. A., Watson, S., Watson, W. (2021). Learning Technology Models that Support Personalization within Blended Learning Environments in Higher Education. *TechTrends* 65. 62–78. <https://doi.org/10.1007/s11528-020-00530-3>.
5. Astafieva, M., Hlushak, O. & Lytvyn, O. (2024). Using STACK to support adaptive mathematics learning in LMS Moodle. *IX International Workshop on Professional Retraining and Life-Long Learning using ICT (ICTERI 2024)*. 30–41. <https://ceur-ws.org/Vol-3781/>
6. Bodnenko, D., Lytvyn, O., Radchenko, S., Proshkin, V. (2021). The templates methods in e-learning of higher mathematics. In *E-learning in the Time of COVID-19: monograph*. (199–209). Katowice-Cieszyn, University of Silesia in Katowice.
7. Bokhove, C. (2017) Supporting Variation in Task Design Through the Use of Technology. In *Digital Technologies in Designing Mathematics Education Tasks*. 239–257. https://doi.org/10.1007/978-3-319-43423-0_12
8. Gierl, M., Lai, H. (2016). A process for reviewing and evaluating generated test items. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 35(4). 6–20. <https://doi.org/10.1111/emip.12129>
9. Joubert, M. (2016). Revisiting Theory for the Design of Tasks: Special Considerations for Digital Environments. In *Digital Technologies in Designing Mathematics Education Tasks* (A. Leung , A. Baccaglioni-Frank (Eds.)). 17–40. https://doi.org/10.1007/978-3-319-43423-0_2
10. Kieran, C., Doorman, M. & Ohtani, M. (2021). Frameworks and Principles for Task Design. In *Task Design In Mathematics Education* (A. Watson, M. Ohtani (eds.)). New ICMI Study Series.19–81. https://doi.org/10.1007/978-3-319-09629-2_2
11. Leung, A., Baccaglioni-Frank, A. (Eds.). (2017). *Digital Technologies in Designing Mathematics Education Tasks. Potential and Pitfalls*. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-43423-0>
12. Sangwin, C., Grove M. (2006). STACK: addressing the needs of the neglected learners. / Proceedings of the Web Advanced Learning Conference and Exhibition, WebALT, p. 81-96
13. Watson, A., Ohtani, M. (Ed.) (2015). *Task design in mathematics education an ICMI Study* 22. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-09629-2>
14. Zaika, O., Vakaliuk, T., Riabko, A., Kukharchuk, R., Mintii, I. & Semerikov, S. (2021). Selection of online tools for creating math tests. *AREdu 2021: 4th International Workshop on Augmented Reality in Education*, at Kryvyi Rih, Ukraine. 82–106. <https://doi.org/10.31812/123456789/4594>
15. Zaslavsky, O., Sullivan, P. (Eds.). (2011). *Constructing knowledge for teaching: Secondary mathematics tasks to enhance prospective and practicing teacher learning*. New York: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-09812-8>