

КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ БОРИСА ГРІНЧЕНКА

КАФЕДРА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ І МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Проректор
з науково-методичної та
навчальної роботи



О. Б. Жильцов

20 14 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

АЛГЕБРА І ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ

Напрямок підготовки 6.040201 «Математика*»

Інститут суспільства

2014-2015 навчальний рік

Робоча програма **Алгебра і теорія чисел** для студентів галузі знань 0402 «Фізико-математичні науки», напряму підготовки 6.040201 – «Математика*».

Розробник: кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри інформаційних технологій і математичних дисциплін Київського університету імені Бориса Грінченка Радченко Сергій Петрович.

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри інформаційних технологій і математичних дисциплін Інституту суспільства

Протокол від «27» серпня 2014 року № 1

Завідувач кафедри
інформаційних технологій і математичних дисциплін _____ І. І. Юртин
(підпис)

©Радченко С.П., 2014рік
©КУБГ, 2014 рік

Вступ

Однією з необхідних умов організації навчального процесу за кредитно-модульною системою є наявність робочої навчальної програми з кожної дисципліни, виконаної за модульно-рейтинговими засадами і доведеної до відома викладачів та студентів.

Рейтингова система оцінювання (PCO) є невід'ємною складовою робочої навчальної програми і передбачає визначення якості виконаної студентом усіх видів аудиторної та самостійної навчальної роботи та рівня набутих ним знань і вмінь шляхом оцінювання у балах результатів цієї роботи під час поточного, модульного та семестрового контролю, з наступним переведенням оцінки в балах у оцінки за традиційною національною шкалою та шкалою ECTS (European Credit Transfer System).

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Програму розроблено з урахуванням рекомендацій МОН України (лист № 1/9-736 від 06.12.2007 р.) «Про Перелік напрямів (спеціальностей) та їх поєднання з додатковими спеціальностями і спеціалізаціями для підготовки педагогічних працівників за освітньо-кваліфікаційними рівнями бакалавра, спеціаліста, магістра».

Робочу навчальну програму укладено згідно з вимогами кредитно-модульної системи організації навчання. Програма визначає обсяги знань, які повинен опанувати магістрант відповідно до вимог освітньо-кваліфікаційної характеристики, алгоритму вивчення навчального матеріалу дисципліни «Педагогіка вищої школи», необхідне методичне забезпечення, складові та технологію оцінювання навчальних досягнень студентів.

Програма курсу розрахована на вивчення теоретичних основ курсу алгебри і теорії чисел.

Мета дисципліни — ознайомити студентів з фундаментальними поняттями алгебри і теорії чисел.

Вимоги щодо уявлень, знань та навичок, які повинні отримати студенти у підсумку навчального процесу, подані відповідно до змісту навчального матеріалу.

Основні форми організації навчання при вивченні: курсу є лекції, практичні роботи і самостійне опрацювання змісту програми щодо набуття навичок розв'язування задач з алгебри і теорії чисел. Протягом вивчення тем передбачається проведення письмового опитування теорії і контрольних робіт по розв'язуванню задач.

Дисципліна вивчається в обсязі 252 годин, з них: лекції – 44 годин, практичні заняття – 40 годин, індивідуальна робота — 12 годин, модульний контроль — 12 годин, семестровий контроль – 36 год. самостійна робота — 108 годин.

Форма підсумкового контролю: залік у II семестрі та екзамен у III семестрі.

СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ “АЛГЕБРА І ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ”

І. ОПИС ПРЕДМЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Предмет: базові поняття алгебри, необхідні для розуміння курсу алгебри і теорії чисел.

| Курс | Напрямок, освітньо-кваліфікаційний Рівень | Характеристика навчальної дисципліни |
|---|---|--|
| <p>Кількість кредитів, відповідних ECTS: 3 кредитів</p> <p>Змістових модулів: 7</p> <p>Загальна кількість годин: 252 год.</p> <p>Тижневих годин 4</p> | <p>Шифр і назва напрямку: 0402 Фізико-математичні науки</p> <p>Шифр і назва спеціальності: 6.040202 Математика*</p> <p>Освітньо-кваліфікаційний рівень "бакалавр"</p> | <p>Нормативна.</p> <p>Рік підготовки: 1-2</p> <p>Семестр: 2-3</p> <p>Аудиторні заняття 82 год, з них: лекції: 44 год. практичні заняття: 40 год.</p> <p>Індивідуальна робота: 12 год.</p> <p>Модульний контроль: 12 год</p> <p>Семестровий контроль 36 год</p> <p>Самостійна робота: 108 год.</p> <p>Вид контролю: залік за шкалою ECTS та за національною шкалою у II семестрі та екзамен за шкалою ECTS та за національною шкалою у III семестрі</p> |

II. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

| № з/п | Тема занять | Загальна кількість годин | Лекції | Семинари, практичні заняття | Індивідуальні заняття | Модульний контроль | Семестровий контроль | Самостійна робота |
|---|--|--------------------------|--------|-----------------------------|-----------------------|--------------------|----------------------|-------------------|
| Семестр 2. | | | | | | | | |
| Змістовий модуль 1. Множини натуральних, цілих та раціональних чисел | | | | | | | | |
| 1 | Множини натуральних, цілих та раціональних чисел | 42 | 10 | 8 | 2 | 2 | 0 | 20 |
| | Всього за змістовий модуль 1 | 42 | 10 | 8 | 2 | 2 | 0 | 20 |
| Змістовий модуль II. | | | | | | | | |
| 2 | Поліноми, подільність поліномів | 36 | 6 | 6 | 2 | 2 | 0 | 18 |
| | Всього за змістовий модуль 2 | 36 | 6 | 6 | 2 | 2 | 0 | 18 |
| Змістовий модуль III. | | | | | | | | |
| 3 | Комплексні числа | 30 | 6 | 4 | 2 | 2 | 0 | 18 |
| | Всього за змістовий модуль 3 | 30 | 6 | 4 | 2 | 2 | 0 | 18 |
| | Разом за семестр | 108 | 22 | 18 | 6 | 6 | 0 | 56 |
| Семестр 3. | | | | | | | | |
| Змістовий модуль IV. | | | | | | | | |
| 4 | Елементи теорії множин | 24 | 4 | 4 | 1 | 1 | 0 | 14 |
| | Всього за змістовий модуль 4 | 24 | 4 | 4 | 1 | 1 | 0 | 14 |
| Змістовий модуль V. | | | | | | | | |
| 5 | Алгебри. Групи. | 30 | 6 | 6 | 2 | 2 | 0 | 14 |
| | Всього за змістовий модуль 5 | 30 | 6 | 6 | 2 | 2 | 0 | 14 |
| Змістовий модуль VI. | | | | | | | | |
| 6 | Система лишків. | 30 | 8 | 4 | 2 | 2 | 0 | 12 |
| | Всього за змістовий модуль 6 | 30 | 8 | 4 | 2 | 2 | 0 | 12 |
| Змістовий модуль VII. | | | | | | | | |
| 7 | Алгебра поліномів над довільним полем. | 24 | 4 | 6 | 1 | 1 | 0 | 12 |
| | Всього за змістовий модуль 7 | 24 | 4 | 6 | 1 | 1 | 0 | 12 |
| | Разом за семестр | 144 | 22 | 22 | 6 | 6 | 36 | 52 |
| | Разом за навчальним планом | 252 | 44 | 40 | 12 | 12 | 36 | 108 |

III. ПРОГРАМА

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ I. Множини натуральних, цілих та раціональних чисел.

Лекція 1. Натуральні та цілі числа (2 год.)

Поняття множини. Аксиоми Пеано. Аксиоматичне означення методу математичної індукції. Алгебраїчні операції на множині натуральних чисел. Відношення порядку множини натуральних чисел.

Література [1, с. 28, 370-376]

Практичне заняття 1. Метод математичної індукції при доведенні рівностей. (2 год.)

Практичне заняття 2. Метод математичної індукції при доведенні нерівностей. (2 год.)

Література [1, с. 28-32]

Лекція 2. Основні алгебраїчні системи (2 год.)

Поняття алгебраїчної системи. Група, кільце, поле. Приклади.

Література [5, с. 22-28]

Лекція 3. Відношення подільності у кільці цілих чисел (2 год.)

Ділення цілих чисел з остачею. Властивості відношення подільності. Основні факти теорії подільності.

Література [6, с. 4-6]

Лекція 4. Поняття та обчислення найбільшого спільного дільника (НСД) та найменшого спільного кратного (НСК).

Означення спільного дільника двох чисел. Означення найбільшого спільного дільника двох чисел. Лема про найбільший спільний дільник двох цілих чисел. Алгоритм знаходження найбільшого спільного дільника двох цілих чисел (алгоритм Евкліда).

Практичне заняття 3. Застосування алгоритму Евкліда для обчислення НСД. (2 год.)

Знаходження найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного двох і трьох чисел за допомогою алгоритму Евкліда.

Література [6, с. 7-10, 27]

Лекція 5. Взаємно прості числа та їх властивості.

Означення взаємно простих чисел. Властивості взаємно простих чисел. Основна теорема про спільний дільник взаємно простих чисел.

Означення простого та складеного числа. Властивості простих чисел. Розклад числа на прості множники. Основна теорема арифметики.

Практичне заняття 4. Розклад натуральних чисел у добуток степенів простих дільників. (2 год.)

Розклад числа на прості множники. Основна теорема арифметики.

Література [6, с. 11-13]

Студенти повинні:

- **мати уявлення** про те, які властивості алгебраїчних систем, розглянутих на лекціях, доводяться, а які вводяться аксіоматично;
- **знати** означення введених понять та математичних методів, використаних при побудові відповідних об'єктів;
- **вміти** використовувати метод математичної індукції для розв'язування задач.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ II. Поліноми, подільність поліномів.

Лекція 6. Поняття алгебраїчного поліному з однією змінною.

Поняття поліному з алгебраїчної точки зору. Зв'язок поняття алгебраїчного поліному над полем дійсних чисел та поліному як функції. Єдиність подання дійсних функцій у вигляді поліномів над полем дійсних чисел.

Лекція 7. Основні операції у множині поліномів (2 год.)

Означення основних операцій з поліномами. Замкненість операцій з поліномами. Проблема ділення поліномів. Теорема про ділення поліномів з остачею. Алгоритм ділення поліномів з остачею. Поняття єдиності ділення з остачею у множині поліномів. Приклади ділення поліномів з остачею. Перевірка множенням результату ділення поліномів з остачею.

Практичне заняття 5. Операції з поліномами. Множення поліномів, ділення поліномів з остачею (2 год.)

Ділення та множення многочленів за алгоритмом. Розкладання многочленів на множники.

Лекція 8. Найбільший спільний дільник поліномів. (2 год.)

Означення спільного дільника двох поліномів. Означення найбільшого спільного дільника двох поліномів. Узагальнення алгоритму Евкліда знаходження найбільшого спільного дільника цілих чисел на кільце поліномів. Алгоритм знаходження найбільшого спільного дільника двох поліномів (алгоритм Евкліда).

Практичне заняття 6. Знаходження НСД двох поліномів. (2 год.)

Знаходження НСД двох поліномів за допомогою алгоритму Евкліда. З'ясування особливостей застосування алгоритму Евкліда до знаходження НСД двох поліномів та його відмінності від алгоритму Евкліда знаходження НСД двох чисел.

Практичне заняття 7. Корені поліномів. Наслідки Теорема Безу. Схема Горнера. (2 год.)

Поняття про корені многочленів. Приклади знаходження коренів простих многочленів діленням на двочлен. Значення многочлену.

Студенти повинні:

- **мати уявлення** про кільце цілих чисел і кільце поліномів;

- **знати** означення понять і твердження, перелічені у змісті;
- **вміти**
 - ділити з остачею будь-які два поліноми,
 - знаходити найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне пари чисел і пари поліномів,
 - розкласти цілі числа і поліноми на прості множники,

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ III Комплексні числа.

Лекція 9. Поняття комплексного числа (2 год.).

Означення комплексного числа. Множина упорядкованих пар дійсних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа. Еквівалентність множини упорядкованих пар дійсних чисел та множини комплексних чисел, заданих у алгебраїчній формі.

Лекція 10. Операції з комплексними числами. (2 год.).

Алгебраїчні операції з комплексними числами. Кільце комплексних чисел. Основні властивості. Спряжені комплексні числа.

Лекція 11. Тригонометрична форма комплексного числа (2 год.).

Різні форми представлення комплексних чисел. Тригонометрична форма комплексного числа. Обчислення цілих ступенів комплексних чисел. Добування всіх коренів довільного ступеня з комплексного числа. Геометрична інтерпретація комплексного числа. Формула Муавра.

Практичне заняття 8. Алгебраїчні операції з комплексними числами. (2 год.)

Знаходження суми, добутку, різниці та частки двох комплексних чисел. Розв'язання рівнянь з комплексними коефіцієнтами. Спряжені комплексні числа.

Практичне заняття 9. Алгебраїчні операції з комплексними числами. (2 год.)

Подання у тригонометричній формі комплексного числа, заданого у алгебраїчній формі. Знаходження степенів комплексного числа. Добування всіх коренів n -го ступеня з комплексного числа.

Практичне заняття 10. Корені з комплексних чисел. Група комплексних коренів з одиниці. (2 год.)

Степені комплексних чисел. Формула Муавра. Корені з комплексних чисел. Група комплексних коренів з одиниці.

Студенти повинні:

- **мати уявлення** про множину комплексних чисел та основні її властивості;
- **знати** означення понять, формулювання й доведення основних фактів лекційного матеріалу;
- **вміти**
 - подавати комплексні числа у алгебраїчній та тригонометричній формах;
 - виконувати арифметичні дії над комплексними числами, підносити їх до раціонального ступеня;
 - додавати, віднімати, множити й ділити з остачею, розкласти на множники поліном з комплексними коефіцієнтами.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ IV. Елементи теорії множин.

Лекція 12. Відношення належності (2 год.)

Множина. Відношення належності. Підмножина. Рівність множин. Про способи задання множин. Універсум. Основні операції з множинами: перетин, об'єднання, різниця, доповнення, симетрична різниця. Порожня множина. Основні властивості операцій з множинами. Алгебра Кантора. Декартів добуток множин.

Практичне заняття 11. Основні операції з множинами. (2 год.)

Перетин, об'єднання, декартів добуток множин. Бінарні відношення та їх основні властивості.

Лекція 13. Відображення множин (2 год.)

Отношение эквивалентности. Класс эквивалентности. Теорема о классах эквивалентности. Фактор-множество. Отображения. Образ та прообраз множин. Основні типи відображень: ін'єктивні, сюр'єктивні, бієктивні. Композиція відображень. Обернене відображення. Критерій оборотності відображень. Властивості обернених відображень.

Практичне заняття 12. Типи відображень множин. (2 год.)

Образ та прообраз множин. Відображення як відношення. Оберненість відображення. Критерій існування оберненого відображення. Приклади відображень множин.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ V. Алгебри. Групи.

Лекція 14. Поняття алгебри (2 год.)

Алгебри. Алгебраїчна операція (внутрішній закон композиції). Основні властивості алгебраїчних операцій. Обернені операції.

Практичне заняття 13. Приклади алгебр. Операції. Приклади груп. Власивості груп. (2 год.)

Приклади алгебр. Основні властивості алгебраїчних операцій. Закон композиції. Приклади груп. Власивості груп.

Лекція 15. Групи (2 год.)

Напівгрупи. Моноїди. Групи. Гомоморфізми груп. Циклічні групи. Розклад групи за підгрупою. Теорема Лагранжа і наслідки з неї.

Лекція 16. Нормальні підгрупи. (2 год.)

Конгруенції. Нормальні підгрупи. Факторгрупи. Теорема про гомоморфізм. Теорема про відповідність груп при епіморфізмі.

Практичне заняття 14. Приклади нормальних підгруп. (2 год.)

Приклади нормальних підгруп. Особливості дослідження нормальних підгруп. Властивості групової операції скінченної групи.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ VI. Система лишків.

Лекція 17. Лишки. Основні поняття. (2 год.)

Кільця лишків, Теорема Ейлера, мала теорема Ферма.

Лекція 18. Група лишків. (2 год.)

Мультиплікативна група кільця лишків за модулем n .

Практичне заняття 15. Обчислення лишків. Приклади груп лишків. (2 год.)

Приклади груп лишків. Основні властивості груп лишків. Ознаки подільності.

Лекція 19. Лишки за натуральним модулем. (2 год.)

Порівняння по натуральному модулю. Системи лишків. Повна система лишків.

Практичне заняття 16. Властивості порівнянь. (2 год.)

Основні та додаткові властивості порівнянь. Використання порівнянь при розв'язуванні прикладів.

Лекція 20. Зведена система лишків. (2 год.)

Зведена система лишків. Кільця лишків по цілому та простому модулю. Поле лишків по простому модулю.

Практичне заняття 17. Приклади зведених систем лишків. (2 год.)

Приклади зведених систем лишків. Властивості зведених систем лишків. Поле лишків по простому модулю.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ VI. Алгебра поліномів над довільним полем.

Лекція 21. Кільце поліномів. (2 год.)

Основні операції над полем дійсних та комплексних чисел. Взаємно прості поліноми. Корені поліномів над полем дійсних та комплексних чисел.

Практичне заняття 18. Кільце поліномів. (2 год.)

Основні операції над полем дійсних та комплексних чисел. Взаємно прості поліноми. Корені поліномів над полем дійсних та комплексних чисел.

Лекція 22. Розклад поліномів. (2 год.)

Розклад поліномів на множники. Розклад поліномів на множники над полем дійсних, комплексних чисел та над довільним полем.

Практичне заняття 19. Розклад поліномів. (2 год.)

Приклади розкладу поліномів на множники. Властивості поліномів. Розклад поліномів на множники над полем дійсних, комплексних чисел та над довільним полем.

Практичне заняття 20. Задачі інтерполяції поліномів. (2 год.)

Знаходження поліному, який приймає у певних точках задане значення. Обчислення коефіцієнтів інтерполяційного поліному.

Література [1, 5, 7–8]

V. Навчально-методична карта дисципліни «Алгебра і теорія чисел»

Разом: 252 год., лекції – 40 год., практичні заняття – 40 год., індивідуальна робота – 12 год., модульний контроль – 12 год. Семестровий контроль – 36 год., самостійна робота – 108 год.,

Примітка: оцінювання результатів самостійної роботи здійснюють у ході письмового опитування теорії та виконання модульної контрольної роботи.

Семестр 2

| Тиждень | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|----------------------------|---|---|---|--|--|--|---|--|---|--|--|
| Модуль | Змістовний модуль 1 | | | | | Змістовний модуль 2 | | | Змістовний модуль 3 | | |
| Назва модуля | Множини натуральних, цілих та раціональних чисел | | | | | Поліноми, подільність поліномів | | | Комплексні числа | | |
| К-сть балів за модуль | 44 | | | | | 41 | | | 41 | | |
| Лекції | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Теми лекцій | Натуральні та цілі числа | Основні алгебраїчні системи | Відношення подільності у кільці цілих чисел | Найбільший спільний дільник | Взаємно прості числа та їх властивості | Поняття алгебраїчного поліному з однією змінною | Основні операції у множині поліномів | Найбільший спільний дільник поліномів | Поняття комплексного числа | Операції з комплексними числами | Тригонометрична форма комплексного числа |
| Бали | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Теми практичних занять | Метод математичної індукції при доведенні рівностей | Метод математичної індукції при доведенні нерівностей | Застосування алгоритму Евкліда для обчислення НСД | Розклад натуральних чисел у добуток степенів простих дільників | | Операції з поліномами. Множення поліномів, ділення поліномів з остачею | Знаходження НСД двох поліномів. Схема Горнера | Корені поліномів. Наслідки Теорема Безу. Схема Горнера | Алгебраїчні операції з комплексними числами | Алгебраїчні операції з комплексними числами у тригонометричній формі | Корені з комплексних чисел. Група комплексних коренів з одиниці. |
| Бали | 1 | 11 | 1 | 1 | 1 | 1 | 11 | 1 | 1 | 11 | 1 |
| Модульна контрольна робота | 25 | | | | | 25 | | | 25 | | |

Семестр 3

| Тиждень | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|----------------------------|------------------------------|-------------------------|---------------------------|----------------------------------|------------------------------|--|-----------------------|---------------------------------|--|---------------------------|-------------------------------|
| Модуль | Змістовний модуль 4 | | Змістовний модуль 5 | | | Змістовний модуль 6 | | | Змістовний модуль 7 | | |
| Назва модуля | Елементи теорії множин | | Алгебри. Групи. | | | Система лишків. | | | Алгебра поліномів над довільним полем. | | |
| К-сть балів за модуль | 29 | | 31 | | | 42 | | | 29 | | |
| Лекції | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Теми лекцій | Відношення належності | Відображення множин | Поняття алгебри | Групи | Нормальні підгрупи. | Лишки. Основні поняття | Група лишків | Лишки за натуральним модулем | Зведена система лишків | Кільце поліномів | Розклад поліномів |
| Бали | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Практичні заняття | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | |
| Теми практичних занять | Основні операції з множинами | Типи відображень множин | Приклади алгебр. Операції | Приклади груп. Властивості груп. | Приклади нормальних підгруп. | Обчислення лишків. Приклади груп лишків. | Властивості порівнянь | Приклади зведених систем лишків | Приклади кілець поліномів | Приклади кілець поліномів | Розклад поліномів на множники |
| Бали | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 11 | 2 | 1 | 1 | |
| Модульні контрольні роботи | 25 | | 25 | | | 25 | | | 25 | | |
| Розрахункова робота | 30 | | | | | | | | | | |

V. ПЛАНИ Практичних занять

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ I. Матриці, визначники, системи рівнянь

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 1. Метод математичної індукції при доведенні рівностей. (2 год.)

План заняття

1. Аксіоматичне визначення принципу математичної індукції за Пеано.
2. Розв'язання задач на доведення тотожностей алгебраїчних виразів.
3. Обчислення сум за допомогою методу математичної індукції.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 2. Метод математичної індукції при доведенні нерівностей. (2 год.)

План заняття

1. Розв'язування задач на доведення нерівностей алгебраїчних та числових виразів.
2. Використання відношення порядку у множині цілих чисел при доведенні числових нерівностей.
3. Метод математичної індукції при дослідженні подільності натуральних чисел.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 3. Застосування алгоритму Евкліда для обчислення НСД. (2 год.)

План заняття

1. Обчислення НСД двох чисел.
2. Обчислення НСД сукупності чисел.
3. Обчислення НСК двох чисел.

Практичне заняття 4. Розклад натуральних чисел у добуток степенів простих дільників. (2 год.)

1. Застосування основної теореми арифметики до побудови розкладу натурального числа у добуток натуральних степенів простих чисел.
2. Визначення НСД та НСК за допомогою розкладу натурального числа у добуток натуральних степенів простих чисел.

Література [1–4, 8–10]

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ II. Поліноми, подільність поліномів

Практичне заняття 5. Операції з поліномами. Множення поліномів, ділення поліномів з остачею (2 год.)

1. Додавання та множення поліномів.
2. Ділення поліномів з остачею.
3. Метод невизначених коефіцієнтів.

Практичне заняття 6. Знаходження НСД двох поліномів. (2 год.)

1. Знаходження НСД двох поліномів за допомогою алгоритму Евкліда.

Практичне заняття 7. Корені поліномів. Наслідки Теорема Безу. Схема Горнера. (2 год.)

1. Поняття кореня алгебраїчного поліному.
2. Розклад поліному на множники.
3. Використання теорема Безу для розкладу поліному на прості множники.
4. Схема Горнера.

Література [1, 5, 7–8]

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ III. Комплексні числа.

Практичне заняття 8. Алгебраїчні операції з комплексними числами. (2 год.)

Знаходження суми, добутку, різниці та частки двох комплексних чисел. Розв'язання рівнянь з комплексними коефіцієнтами. Спряжені комплексні числа.

Практичне заняття 9. Алгебраїчні операції з комплексними числами у тригонометричній формі. (2 год.)

Подання у тригонометричній формі комплексного числа, заданого у алгебраїчній формі. Знаходження степенів комплексного числа. Добування всіх коренів n -го ступеня з комплексного числа.

Практичне заняття 10. Корені з комплексних чисел. Група комплексних коренів з одиниці. (2 год.)

Степені комплексних чисел. Формула Муавра. Корені з комплексних чисел. Група комплексних коренів з одиниці.

Література [1, 5, 7–8]

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ IV. Елементи теорії множин.

Практичне заняття 11. Основні операції з множинами. (2 год.)

Перетин, об'єднання, декартів добуток множин. Бінарні відношення та їх основні властивості.

Практичне заняття 12. Типи відображень множин. (2 год.)

Образ та прообраз множин. Відображення як відношення. Оберненість відображення. Критерій існування оберненого відображення. Приклади відображень множин.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ V. Алгебри. Групи.

Практичне заняття 13. Приклади алгебр. Операції. Приклади груп. Власивості груп. (2 год.)

Приклади алгебр. Основні властивості алгебраїчних операцій. Закон композиції. Приклади груп. Властивості груп.

Практичне заняття 14. Приклади нормальних підгруп. (2 год.)

Приклади нормальних підгруп. Особливості дослідження нормальних підгруп. Властивості групової операції скінченної групи.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ VI. Система лишків.

Практичне заняття 15. Обчислення лишків. Приклади груп лишків. (2 год.)

Приклади груп лишків. Основні властивості груп лишків. Ознаки подільності.

Практичне заняття 16. Властивості порівнянь. (2 год.)

Основні та додаткові властивості порівнянь. Використання порівнянь при розв'язуванні прикладів.

Практичне заняття 17. Приклади зведених систем лишків. (2 год.)
Приклади зведених систем лишків. Властивості зведених систем лишків.
Поле лишків по простому модулю.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ VII. Алгебра поліномів над довільним полем.

Практичне заняття 18. Кільце поліномів. (2 год.)
Основні операції над полем дійсних та комплексних чисел. Взаємно прості поліноми. Корені поліномів над полем дійсних та комплексних чисел.

Практичне заняття 19. Розклад поліномів. (2 год.)
Приклади розкладу поліномів на множники. Властивості поліномів. Розклад поліномів на множники над полем дійсних, комплексних чисел та над довільним полем.

Практичне заняття 20. Задачі інтерполяції поліномів. (2 год.)
Знаходження поліному, який приймає у певних точках задане значення. Обчислення коефіцієнтів інтерполяційного поліному.

Література [1, 5, 7–8]

VI. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

ЗМІСТОВІ МОДУЛІ I–III (відповідно ТЕМИ 1–6)

- 1) Опрацювання теоретичного лекційного матеріалу хронометражем (15 хв) написання розгорнутого конспекту відповіді на питання теоретичного курсу з метою підготовки до:
 - розв'язування задач на практичних заняттях;
 - письмового й усного опитування теорії;
 - відповіді на теоретичне питання на іспиті.
- 2) Розв'язування задач (до 15 хв на задачу), аналогічних розглянутим на практичних заняттях і щонайменше у такій же кількості з метою підготовки до:
 - написання контрольної роботи по змістовому модулю (темі);
 - розв'язання задачі на іспиті.
- 3) Встановлення логічної структури відповідного розділу математики та невідповідності структури навчальних програм з математики для загальноосвітньої школи логічно послідовному викладу дисципліни.

При вивченні змістовного модулю III студенти повинні самостійно повторити такі питання шкільного курсу математики.

Вектор. Колінеарність, компланарність, співнапрявленість і рівність векторів. Лінійні операції (дії) з векторами. Лінійна залежність і незалежність векторів. Векторні бази. Прямокутна система координат. Координати вектора. Дії з векторами в координатній формі. Скалярний добуток векторів, його властивості.

При вивченні змістовного модулю II студенти повинні самостійно повторити ще й такі питання шкільного курсу математики.

Площа проекції паралелограма. Векторний добуток. Мішаний добуток. Зміст систем лінійних рівнянь.

VII. РОЗРАХУНКОВА РОБОТА

Розрахункова робота є видом позааудиторної індивідуальної діяльності студента, результати якої використовують у процесі вивчення програмового матеріалу навчальної дисципліни.

Зміст розрахункової роботи: студентам пропонують виконати навчально-дослідну роботу у формі реферату на тему: “**Задачі, пов’язані з використанням поняття ...**” (наприклад, самостійне здійснення розрахунку в редакторі електронних таблиць EXCEL для одержання значень НСД 2-х, 3-х, 5-ти натуральних чисел).

Мета розрахункової роботи: самостійне вивчення частини програмового матеріалу, систематизація, узагальнення, закріплення та практичне застосування знань із навчального курсу, удосконалення навичок самостійної навчально-пізнавальної діяльності, підготовка до майбутньої професійної діяльності шляхом набуття навичок створення комп’ютерної технології подання навчального матеріалу.

Зміст розрахункової роботи: студентам пропонують розрахункову роботу у формі реферату на тему: “**Математичні задачі, пов’язані з використанням поняття ...**” (далі вказують назву питання навчальної програми з даного предмету) із додатком у

вигляді комп'ютерної презентації та гіпертексту. Зміст задач (кількістю від 1 до 5) погоджують з викладачем дисципліни перед виконанням розрахункової роботи.

Орієнтовна структура розрахункової роботи — науково-педагогічного дослідження у вигляді реферату (до 1/2 друкованого аркушу): вступ, основна частина, висновки, додатки (якщо вони є), список використаних джерел.

Титульний аркуш є першою сторінкою реферату і править за основне джерело бібліографічної інформації, необхідної для реєстрації та пошуку документа. Титульний аркуш містить такі дані: назву університету і його відомчу приналежність, назву навчальної дисципліни і тему реферату, відомості про виконавця і викладача, рік написання.

Зміст розташовують безпосередньо після титульного аркуша, починаючи з нової сторінки. До змісту включають:

- перелік умовних позначень, символів, одиниць, скорочень і термінів (якщо є відмінні від усталених);
- вступ;
- послідовно перелічені назви всіх розділів, підрозділів, пунктів і підпунктів реферату, якщо вони мають заголовки;
- висновки;
- список використаної літератури;
- назви додатків (якщо такі є).

У вступі студент визначає коло математичних понять, в яких формулюється постановка задач, розглянутих в ході виконання розрахункової роботи, та їхні розв'язання, обґрунтовує актуальність таких завдань для розвитку інтелекту учнів (студентів). Виходячи з цього, визначає мету і завдання на дослідження, об'єкт і предмет дослідження.

На консультації викладач повинен роз'яснити студентам, що є об'єктом і предметом в дослідженнях та допомогти у виборі власного предмета дослідження.

В основній частині студент подає для кожної з розглянутих задач:

- умову;
- (математичну) модель та її теоретичні основи;
- алгоритм розв'язання завдання, поданий українською мовою та прокоментованим відповідним обґрунтуванням;
- опис тестових завдань для повної перевірки розв'язання.

Результатом роботи за темою розрахункової роботи є комп'ютерна презентація чи гіпертекст, які відтворюють зміст розрахункової роботи. Студент у цьому розділі подає:

- опис презентації (розбиття на окремі слайди);
- опис структури гіпертексту;
- опис умов апробації (якщо вона відбулася);
- відгуки на створені презентація та гіпертекст викладачів математики (якщо такі є).

У розділі Висновки подають у формі конкретних пунктів, де студент показує, якою мірою досягнута мета і вирішені завдання дослідження.

Список використаної літератури наводиться у тому порядку, як вона була використана в тексті реферату, з дотриманням вимог стандарту.

Додаток до реферату в електронному форматі містить власне текст звіту, презентацію і гіпертекст. Подання матеріалу має сприяти легкому й швидкому сприйняттю матеріалу.

Критерії оцінювання та шкалу оцінювання подано відповідно у табл. 7.1 і 7.2.

Таблиця 7.1

| № п/п | Критерії оцінювання роботи | Максимальна кількість балів за кожним критерієм |
|--------------|--|--|
| 1 | Обчислення визначників за допомогою алгоритмів. | 5 балів |
| 2 | Обчислення визначників за допомогою математичних функцій програми EXCEL. | 5 балів |
| 3 | Визначення рангу у середовищі програми EXCEL. | 5 балів |
| 4 | Побудова оберненої матриці та перевірка правильності алгоритму. | 5 балів |
| 5 | Створення алгоритму розв'язку систем лінійних рівнянь 3-го порядку. | 10 балів |
| Разом | | 30 балів |

**Шкала оцінювання розрахункової роботи
(науково-педагогічного дослідження у вигляді реферату)**

| Рівень виконання | Кількість балів, що відповідає рівню | Оцінка за традиційною системою |
|-------------------------|---|---------------------------------------|
| Високий | 26-30 | Відмінно |
| Достатній | 21-25 | Добре |
| Середній | 16-20 | Задовільно |
| Низький | 0-15 | Незадовільно |

Оцінка розрахункової роботи є додатковими балами до набраних згідно з навчально-методичною картою дисципліни, які враховуються при підсумковому оцінюванні навчальних досягнень студентів з навчальної дисципліни.

Студент може набрати максимальну кількість балів за розрахункову роботу – 30 балів.

VIII. СИСТЕМА ПОТОЧНОГО І ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

У процесі оцінювання навчальних досягнень магістрантів застосовуються таке:

- *методи усного контролю:* індивідуальне опитування, фронтальне опитування,

співбесіда, екзамен;

- *методи письмового контролю*: модульне письмове тестування; письмове опитування теорії, реферат;
- *методи комп'ютерного контролю*: тестові програми (за наявності);
- *методи самоконтролю*: уміння самостійно оцінювати свої знання, самоаналіз.

Навчальні досягнення студентів оцінюють за модульно-рейтинговою системою, в основу якої покладено принцип поопераційної звітності, обов'язковості модульного контролю, накопичувальної системи оцінювання рівня знань, умінь та навичок, розширення кількості підсумкових балів до 100.

Контроль успішності студентів з урахуванням поточного і підсумкового оцінювання здійснюється відповідно до навчально-методичної карти (пункт IV), де зазначено види й терміни контролю. Систему рейтингових балів для різних видів контролю та порядок їх переведення у національну (4-бальну) та європейську (ECTS) шкалу подано таблицями 8.1 і 8.2.

Таблиця 8.1

Розрахунок рейтингових балів за видами поточного (модульного) контролю

| № п/п | Вид діяльності | Кількість занять | Кількість рейтингових балів за заняття | Загальна кількість балів |
|-----------------------------|----------------------------------|------------------|--|--------------------------|
| 1. | Відвідування лекції | 11 | 1 | 11 |
| 2. | Відвідування практичних занять | 10 | 1 | 10 |
| 3. | Практичні заняття, що оцінюються | 3 | 10 | 30 |
| 4. | Модульний контроль | 3 | 25 | 75 |
| Підсумковий рейтинговий бал | | | | 126 |

Згідно з розпорядженням ректора № 38 від 16.02.2009 р. «Про введення в дію уніфікованої системи оцінювання навчальних досягнень студентів Університету» виконується переведення підсумкового рейтингового балу до рейтингових показників успішності у європейські оцінки ECTS за допомогою алгоритму:

1) обчислюється коефіцієнт переведення: $k = \frac{100}{126} = 0,8$;

2) отриманий протягом семестру підсумковий рейтинговий бал кожного студента множиться на коефіцієнт k .

Розрахунок рейтингових балів за видами поточного (модульного) контролю за навантаженням: 11 лекції, 9 практичних робіт із заліком (за II семестр).

Розрахунок рейтингових балів за видами поточного (модульного) контролю

| № п/п | Вид діяльності | Кількість занять | Кількість рейтингових балів за заняття | Загальна кількість балів |
|-------|------------------------------------|------------------|--|--------------------------|
| 1. | Відвідування лекції | 11 | 1 | 11 |
| 2. | Відвідування практичних занять | 10 | 1 | 10 |
| 3. | Практичні заняття, що оцінюються | 1 | 10 | 10 |
| 4. | Модульний контроль | 4 | 25 | 100 |
| 5. | Розрахункова робота | | | 30 |
| | Підсумковий рейтинговий бал | | | 161 |

Згідно з розпорядженням ректора № 38 від 16.02.2009 р. «Про введення в дію уніфікованої системи оцінювання навчальних досягнень студентів Університету» виконується переведення підсумкового рейтингового балу до рейтингових показників успішності у європейські оцінки ECTS за допомогою алгоритму:

3) обчислюється коефіцієнт переведення: $k = \frac{60}{161} = 0,37$;

4) отриманий протягом семестру підсумковий рейтинговий бал кожного студента множиться на коефіцієнт k .

Розрахунок рейтингових балів за видами поточного (модульного) контролю за навантаженням: 11 лекції, 10 практичних робіт з екзаменом (за III семестр).

Таблиця 8.2

**Порядок переведення рейтингових показників успішності
у європейські оцінки ECTS**

| Підсумкова кількість балів (max = 100) | Оцінка за шкалою ECTS | Оцінка за 4-бальною шкалою |
|---|----------------------------------|---|
| 1 – 34 | F | «незадовільно» (з обов'язковим повторним курсом) |
| 35 – 59 | FX | «незадовільно» (з можливістю повторного складання) |
| 60 – 68 | E | «задовільно» |
| 69 – 74 | D | |
| 75 – 81 | C | «добре» |
| 82 – 89 | B | |
| 90 – 100 | A | «відмінно» |

Загальні критерії оцінювання успішності студентів, які отримали за 4-бальною шкалою оцінки «відмінно», «добре», «задовільно», «незадовільно», подано у табл. 8.3.

Таблиця 8.3

Загальні критерії оцінювання навчальних досягнень студентів

| Оцінка | Критерії оцінювання |
|---------------------|---|
| «відмінно» | ставиться за повні та міцні знання матеріалу в заданому обсязі, вміння вільно виконувати практичні завдання, передбачені навчальною програмою; за знання основної та додаткової літератури; за вияв креативності у розумінні і творчому використанні набутих знань та умінь. |
| «добре» | ставиться за вияв студентом повних, систематичних знань із дисципліни, успішне виконання практичних завдань, засвоєння основної та додаткової літератури, здатність до самостійного поповнення та оновлення знань. Але у відповіді студента наявні незначні помилки. |
| «задовільно» | ставиться за вияв знання основного навчального матеріалу в обсязі, достатньому для подальшого навчання і майбутньої фахової діяльності, поверхову обізнаність з основною і додатковою літературою, передбаченою навчальною програмою; можливі суттєві помилки у виконанні практичних завдань, але студент спроможний усунути їх із допомогою викладача. |

| | |
|----------------|---|
| «незадовільно» | виставляється студентові, відповідь якого під час відтворення основного програмового матеріалу поверхова, фрагментарна, що зумовлюється початковими уявленнями про предмет вивчення. Таким чином, оцінка «незадовільно» ставиться студентові, який неспроможний до навчання чи виконання фахової діяльності після закінчення ВНЗ без повторного навчання за програмою відповідної дисципліни. |
|----------------|---|

Виконання модульних контрольних робіт здійснюється з доступом до викладу теоретичного матеріалу.

Модульний контроль знань магістрантів здійснюється після завершення вивчення навчального матеріалу модуля.

ІХ. МЕТОДИ НАВЧАННЯ

I. Методи організації та здійснення навчально-пізнавальної діяльності

1) За джерелом інформації:

- *Словесні*: лекція (традиційна, проблемна) інколи із застосуванням презентацій PowerPoint, пояснення, розповідь, бесіда.
- *Наочні*: спостереження, ілюстрація, демонстрація.
- *Практичні*: вправи.

2) **За логікою передачі і сприймання навчальної інформації**: індуктивні, дедуктивні, аналітичні.

3) **За ступенем самостійності мислення**: репродуктивні, пошукові, дослідницькі.

4) **За ступенем керування навчальною діяльністю**: під керівництвом викладача; самостійна робота студентів: з книгою; виконання індивідуальних навчальних проєктів.

II. Методи стимулювання інтересу до навчання і мотивації навчально-пізнавальної діяльності: навчальні дискусії; створення ситуації пізнавальної новизни; створення ситуацій зацікавленості (метод цікавих аналогій тощо).

Навчальний матеріал опрацьовується студентами під час лекцій, лабораторних занять, консультацій, індивідуальних занять і самостійно під час:

- опрацювання теоретичного лекційного матеріалу;
- розв'язування задач;
- встановлення логічної структури відповідного розділу математики та невідповідності структури навчальних програм з математики для загальноосвітньої школи логічно послідовному викладу дисципліни.

X. МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КУРСУ

- опорні конспекти лекцій;
- навчальні посібники;
- робоча навчальна програма;
- збірка тестових і контрольних завдань для тематичного (модульного) оцінювання навчальних досягнень студентів;
- завдання для ректорського контролю знань студентів

ХІІ. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна:

1. Ляпин, Е. С., А. Е. Евсеев, Алгебра и теория чисел. — М.: “Просвещение”. — 1978.
2. Завало С.Т. та ін. Алгебра і теорія чисел: Практикум. Частина 2. — К.: Вища шк., 1986. - 264с.
3. Окунев Л. Я. Алгебра и теория чисел. – М.: Просвещение, 1966.
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. — М.: “Наука”. — 1963.
5. Курош А. Г. Теория групп. – М.: Наука, 1967.
6. Сушкевич А.К. Теория чисел. Элементарный курс. — Харьков, ХГУ, — 1954.
7. Д.К. Фадеев, И.С. Соминский. Сборник задач по высшей алгебре. М.: "Наука", 1972, 303 с.
8. М.І. Шкіль, Т.В. Колесник, В.М. Котлова . Вища математика у 3-х кн. Кн.1. Аналітична геометрія з елементами алгебри. Вступ до математичного аналізу. - К : "Либідь", 1994. - 280 с.

Додаткова:

9. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра.-М.: Наука, 1983.
- 10.Фрид Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру. – М.: Мир, 1979
- 11.Сборник задач по математике для втузов: Линейная алгебра и основы математического анализа / Под. Ред. А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича.- М.: Наука, 1986.
- 12.Холл М. Теория групп. – М.: Издательство иностранной литературы, 1962.